

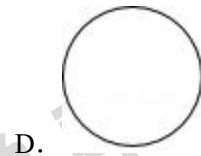
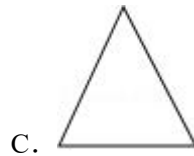
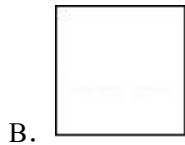
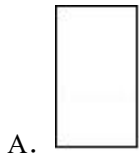
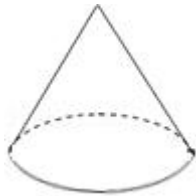
2018年湖南省湘潭市中考数学试卷

一、选择题（每题只有一个正确选项，本题共8小题，每题3分，共24分）

1. (3分) -2的相反数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. ± 2

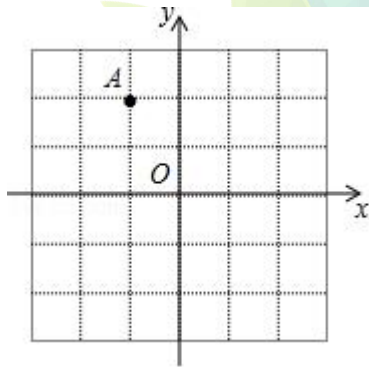
2. (3分) 如图所示的几何体的主视图是（ ）



3. (3分) 每年5月11日是由世界卫生组织确定的世界防治肥胖日，某校为了解全校2000名学生的体重情况，随机抽测了200名学生的体重，根据体质指数(BMI)标准，体重超标的有15名学生，则估计全校体重超标学生的人数为（ ）

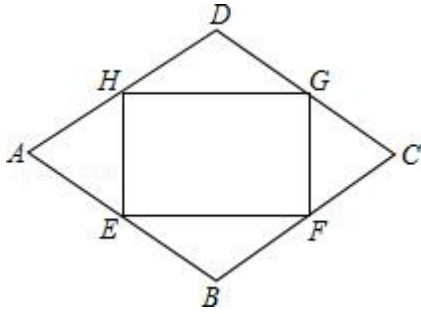
- A. 15 B. 150 C. 200 D. 2000

4. (3分) 如图，点A的坐标(-1, 2)，则点A关于y轴的对称点的坐标为（ ）

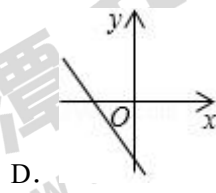
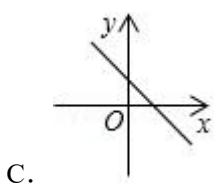
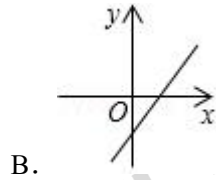
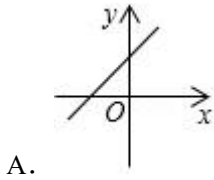


- A. (1, 2) B. (-1, -2) C. (1, -2) D. (2, -1)

5. (3分) 如图，已知点E、F、G、H分别是菱形ABCD各边的中点，则四边形EFGH是（ ）



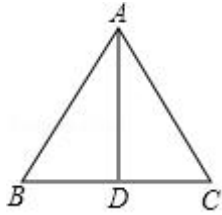
- A. 正方形 B. 矩形 C. 菱形 D. 平行四边形
6. (3分) 下列计算正确的是 ()
- A. $x^2+x^3=x^5$ B. $x^2 \cdot x^3=x^5$ C. $(-x^2)^3=x^8$ D. $x^6 \div x^2=x^3$
7. (3分) 若 $b > 0$, 则一次函数 $y = -x + b$ 的图象大致是 ()



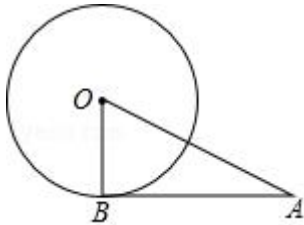
8. (3分) 若一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相同的实数根, 则实数 m 的取值范围是 ()
- A. $m \geq 1$ B. $m \leq 1$ C. $m > 1$ D. $m < 1$

二、填空题 (本题共 8 小题, 每题 3 分, 共 24 分)

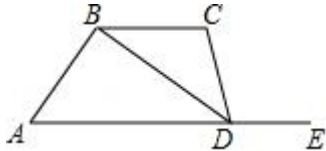
9. (3分) 因式分解: $a^2 - 2ab + b^2 =$ _____.
10. (3分) 我市今年对九年级学生进行了物理、化学实验操作考试, 其中物理实验操作考试有 4 个考题备选, 分别记为 A, B, C, D , 学生从中随机抽取一个考题进行测试, 如果每一个考题抽到的机会均等, 那么学生小林抽到考题 B 的概率是 _____.
11. (3分) 分式方程 $\frac{3x}{x+4} = 1$ 的解为 _____.
12. (3分) 如图, 在等边三角形 ABC 中, 点 D 是边 BC 的中点, 则 $\angle BAD =$ _____.



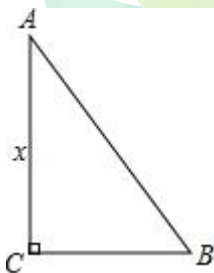
13. (3分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的切线, 点 B 为切点, 若 $\angle A=30^\circ$, 则 $\angle AOB=$ _____.



14. (3分) 如图, 点 E 是 AD 延长线上一点, 如果添加一个条件, 使 $BC \parallel AD$, 则可添加的条件为_____。(任意添加一个符合题意的条件即可)



15. (3分) 《九章算术》是我国古代最重要的数学著作之一, 在“勾股”章中记载了一道“折竹抵地”问题: “今有竹高一丈, 末折抵地, 去本三尺, 问折者高几何?” 翻译成数学问题是: 如图所示, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC+AB=10$, $BC=3$, 求 AC 的长, 如果设 $AC=x$, 则可列方程为_____.



16. (3分) 阅读材料: 若 $a^b=N$, 则 $b=\log_a N$, 称 b 为以 a 为底 N 的对数, 例如 $2^3=8$, 则 $\log_2 8=\log_2 2^3=3$. 根据材料填空: $\log_3 9=$ _____.

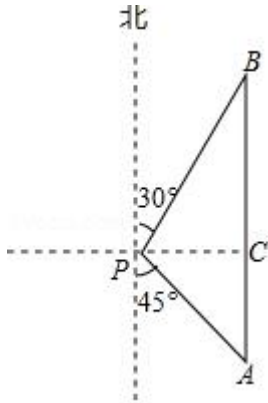
三、解答题 (本题共 10 题, 102 分)

17. (6分) 计算: $|-5| + (-1)^2 - (\frac{1}{3})^{-1} - \sqrt{4}$.

18. (6分) 先化简, 再求值: $(1 + \frac{4}{x-2}) \div \frac{x+2}{x^2-4}$. 其中 $x=3$.

19. (6分) 随着航母编队的成立, 我国海军日益强大. 2018年4月12日, 中央军委在南海海域隆重举行海上阅兵, 在阅兵之前我军加强了海上巡逻, 如图, 我军巡逻舰在某海域

航行到 A 处时, 该舰在观测点 P 的南偏东 45° 的方向上, 且与观测点 P 的距离 PA 为 400 海里; 巡逻舰继续沿正北方向航行一段时间后, 到达位于观测点 P 的北偏东 30° 方向上的 B 处, 问此时巡逻舰与观测点 P 的距离 PB 为多少海里? (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, 结果精确到 1 海里).

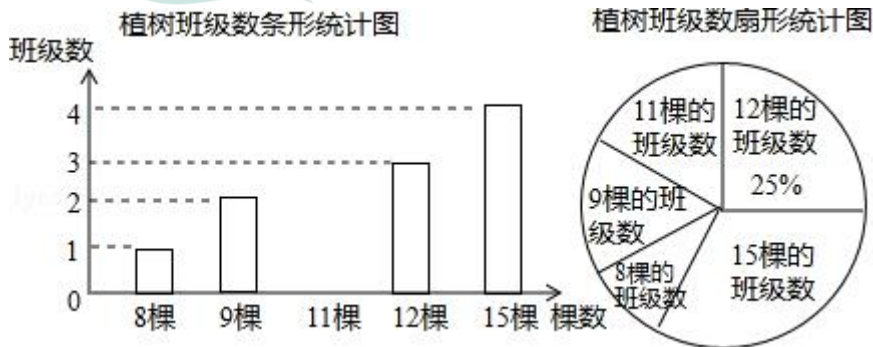


20. (6分) 为进一步深化基础教育课程改革, 构建符合素质教育要求的学校课程体系, 某学校自主开发了 A 书法、 B 阅读, C 足球, D 器乐四门校本选修课程供学生选择, 每门课程被选到的机会均等.

(1) 学生小红计划选修两门课程, 请写出她所有可能的选法;

(2) 若学生小明和小刚各计划选修一门课程, 则他们两人恰好选修同一门课程的概率为多少?

21. (6分) 今年我市将创建全国森林城市, 提出了“共建绿色城”的倡议. 某校积极响应, 在 3 月 12 日植树节这天组织全校学生开展了植树活动, 校团委对全校各班的植树情况进行了统计, 绘制了如图所示的两幅不完整的统计图.



(1) 求该校的班级总数;

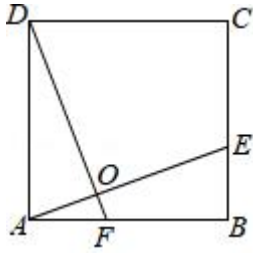
(2) 将条形统计图补充完整;

(3) 求该校各班在这一活动中植树的平均棵树.

22. (6分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AF=BE$, AE 与 DF 相交于点 O .

(1) 求证: $\triangle DAF \cong \triangle ABE$;

(2) 求 $\angle AOD$ 的度数.



23. (8分) 湘潭市继 2017 年成功创建全国文明城市之后, 又准备争创全国卫生城市. 某小区积极响应, 决定在小区内安装垃圾分类的温馨提示牌和垃圾箱, 若购买 2 个温馨提示牌和 3 个垃圾箱共需 550 元, 且垃圾箱的单价是温馨提示牌单价的 3 倍.

(1) 求温馨提示牌和垃圾箱的单价各是多少元?

(2) 该小区至少需要安放 48 个垃圾箱, 如果购买温馨提示牌和垃圾箱共 100 个, 且费用不超过 10000 元, 请你列举出所有购买方案, 并指出哪种方案所需资金最少? 最少是多少元?

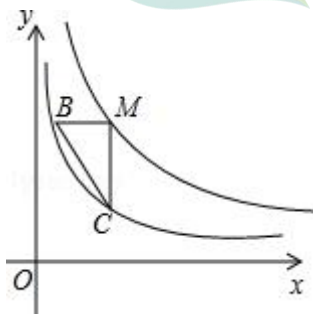
24. (8分) 如图, 点 M 在函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 过点 M 分别作 x 轴和 y 轴的平行线交函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 的图象于点 B 、 C .

(1) 若点 M 的坐标为 $(1, 3)$.

①求 B 、 C 两点的坐标;

②求直线 BC 的解析式;

(2) 求 $\triangle BMC$ 的面积.



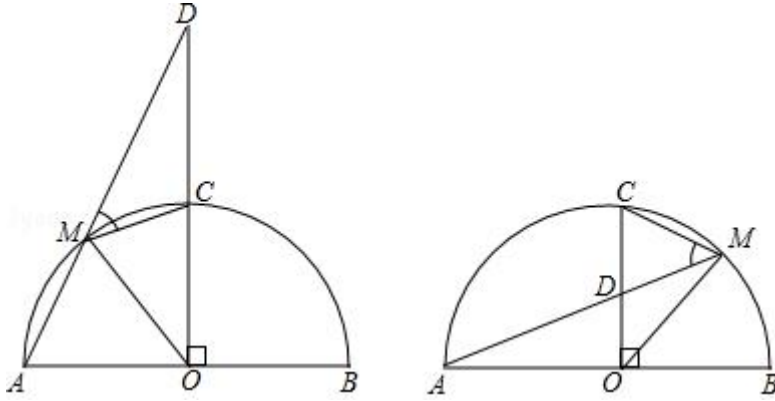
25. (10分) 如图, AB 是以 O 为圆心的半圆的直径, 半径 $CO \perp AO$, 点 M 是 \widehat{AB} 上的动点, 且不与点 A 、 C 、 B 重合, 直线 AM 交直线 OC 于点 D , 连结 OM 与 CM .

(1) 若半圆的半径为 10.

①当 $\angle AOM = 60^\circ$ 时, 求 DM 的长;

②当 $AM=12$ 时, 求 DM 的长.

(2) 探究: 在点 M 运动的过程中, $\angle DMC$ 的大小是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.



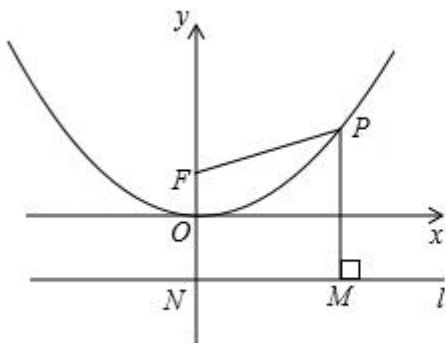
26. (10分) 如图, 点 P 为抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上一动点.

(1) 若抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 是由抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 通过图象平移得到的, 请写出平移的过程;

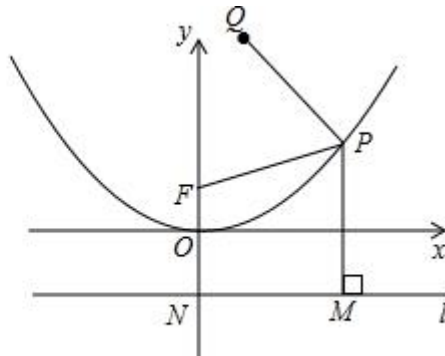
(2) 若直线 l 经过 y 轴上一点 N , 且平行于 x 轴, 点 N 的坐标为 $(0, -1)$, 过点 P 作 $PM \perp l$ 于 M .

①问题探究: 如图一, 在对称轴上是否存在一定点 F , 使得 $PM=PF$ 恒成立? 若存在, 求出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

②问题解决: 如图二, 若点 Q 的坐标为 $(1, 5)$, 求 $QP+PF$ 的最小值.



(图一)



(图二)

2018 年湖南省湘潭市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每题只有一个正确选项，本题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

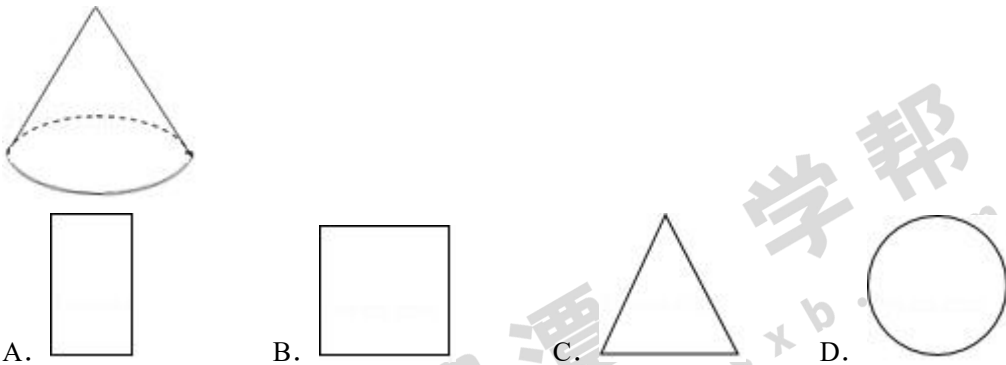
1. (3 分) -2 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. ± 2

【解答】解： -2 的相反数是： $-(-2)=2$.

故选：A.

2. (3 分) 如图所示的几何体的主视图是 ()



【解答】解：该几何体的主视图是三角形，



故选：C.

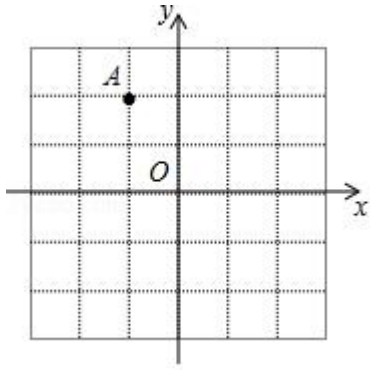
3. (3 分) 每年 5 月 11 日是由世界卫生组织确定的世界防治肥胖日，某校为了解全校 2000 名学生的体重情况，随机抽测了 200 名学生的体重，根据体质指数 (BMI) 标准，体重超标的有 15 名学生，则估计全校体重超标学生的人数为 ()

- A. 15 B. 150 C. 200 D. 2000

【解答】解：估计全校体重超标学生的人数为 $2000 \times \frac{15}{200} = 150$ 人，

故选：B.

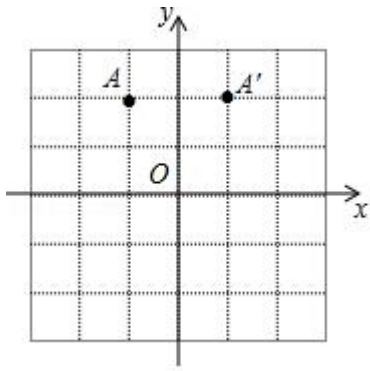
4. (3 分) 如图，点 A 的坐标 $(-1, 2)$ ，则点 A 关于 y 轴的对称点的坐标为 ()



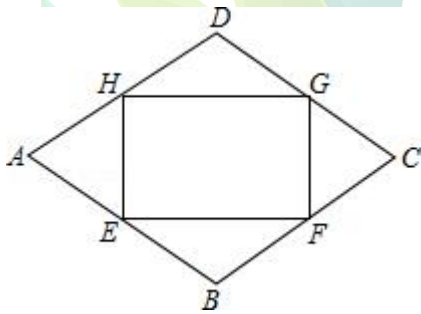
- A. (1, 2) B. (-1, -2) C. (1, -2) D. (2, -1)

【解答】解：点 A 的坐标 $(-1, 2)$ ，点 A 关于 y 轴的对称点的坐标为： $(1, 2)$ 。

故选：A.

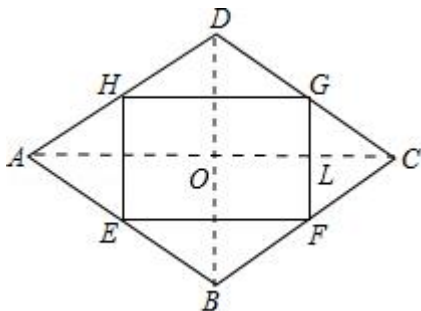


5. (3分) 如图，已知点 E 、 F 、 G 、 H 分别是菱形 $ABCD$ 各边的中点，则四边形 $EFGH$ 是 ()



- A. 正方形 B. 矩形 C. 菱形 D. 平行四边形

【解答】解：连接 AC 、 BD 。 AC 交 FG 于 L 。



∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴ $AC \perp BD$,

∵ $DH = HA, DG = GC$,

∴ $GH \parallel AC, HG = \frac{1}{2}AC$,

同法可得: $EF = \frac{1}{2}AC, EF \parallel AC$,

∴ $GH = EF, GH \parallel EF$,

∴ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形,

同法可证: $GF \parallel BD$,

∴ $\angle OLF = \angle AOB = 90^\circ$,

∵ $AC \parallel GH$,

∴ $\angle HGL = \angle OLF = 90^\circ$,

∴ 四边形 $EFGH$ 是矩形.

故选: B .

6. (3分) 下列计算正确的是 ()

A. $x^2 + x^3 = x^5$

B. $x^2 \cdot x^3 = x^5$

C. $(-x^2)^3 = x^8$

D. $x^6 \div x^2 = x^3$

【解答】解: A 、 $x^2 + x^3$, 无法计算, 故此选项错误;

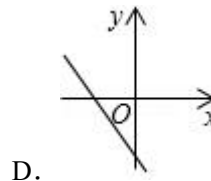
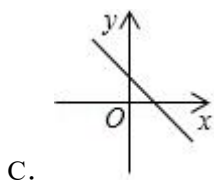
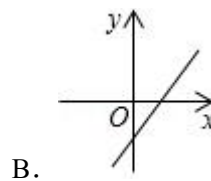
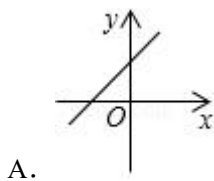
B 、 $x^2 \cdot x^3 = x^5$, 正确;

C 、 $(-x^2)^3 = -x^6$, 故此选项错误;

D 、 $x^6 \div x^2 = x^4$, 故此选项错误;

故选: B .

7. (3分) 若 $b > 0$, 则一次函数 $y = -x + b$ 的图象大致是 ()



【解答】解: ∵ 一次函数 $y = -x + b$ 中 $k = -1 < 0, b > 0$,

∴一次函数的图象经过一、二、四象限，

故选：C.

8. (3分) 若一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相同的实数根，则实数 m 的取值范围是 ()

A. $m \geq 1$ B. $m \leq 1$ C. $m > 1$ D. $m < 1$

【解答】解：∵方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相同的实数根，

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4m > 0,$$

解得： $m < 1$.

故选：D.

二、填空题 (本题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分)

9. (3分) 因式分解： $a^2 - 2ab + b^2 = \underline{(a - b)^2}$.

【解答】解：原式 = $(a - b)^2$

故答案为： $(a - b)^2$

10. (3分) 我市今年对九年级学生进行了物理、化学实验操作考试，其中物理实验操作考试有 4 个考题备选，分别记为 A, B, C, D，学生从中随机抽取一个考题进行测试，如果每一个考题抽到的机会均等，那么学生小林抽到考题 B 的概率是 $\underline{\frac{1}{4}}$.

【解答】解：∵物理实验操作考试有 4 个考题备选，且每一个考题抽到的机会均等，

∴学生小林抽到考题 B 的概率是： $\frac{1}{4}$.

故答案是： $\frac{1}{4}$.

11. (3分) 分式方程 $\frac{3x}{x+4} = 1$ 的解为 $\underline{x=2}$.

【解答】解：两边都乘以 $x+4$ ，得： $3x = x+4$ ，

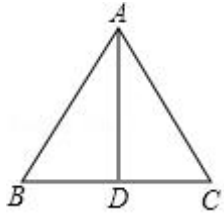
解得： $x=2$ ，

检验： $x=2$ 时， $x+4=6 \neq 0$ ，

所以分式方程的解为 $x=2$ ，

故答案为： $x=2$.

12. (3分) 如图，在等边三角形 ABC 中，点 D 是边 BC 的中点，则 $\angle BAD = \underline{30^\circ}$.



【解答】解：∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

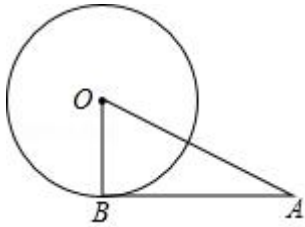
$$\therefore \angle BAC = 60^\circ, AB = AC.$$

又点 D 是边 BC 的中点，

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ.$$

故答案是： 30° .

13. (3分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的切线，点 B 为切点，若 $\angle A = 30^\circ$ ，则 $\angle AOB =$ 60° .



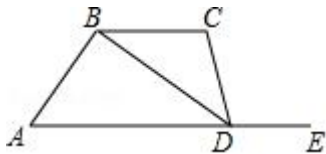
【解答】解：∵ AB 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore \angle OBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ - \angle A = 60^\circ,$$

故答案为： 60° .

14. (3分) 如图，点 E 是 AD 延长线上一点，如果添加一个条件，使 $BC \parallel AD$ ，则可添加的条件为 $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$ 或 $\angle C + \angle ADC = 180^\circ$ 或 $\angle CBD = \angle ADB$ 或 $\angle C = \angle CDE$. (任意添加一个符合题意的条件即可)



【解答】解：若 $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$ ，则 $BC \parallel AD$ ；

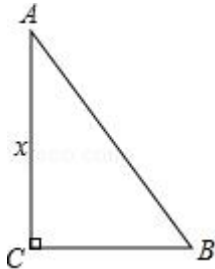
若 $\angle C + \angle ADC = 180^\circ$ ，则 $BC \parallel AD$ ；

若 $\angle CBD = \angle ADB$ ，则 $BC \parallel AD$ ；

若 $\angle C = \angle CDE$ ，则 $BC \parallel AD$ ；

故答案为： $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$ 或 $\angle C + \angle ADC = 180^\circ$ 或 $\angle CBD = \angle ADB$ 或 $\angle C = \angle CDE$. (答案不唯一)

15. (3分)《九章算术》是我国古代最重要的数学著作之一,在“勾股”章中记载了一道“折竹抵地”问题:“今有竹高一丈,末折抵地,去本三尺,问折者高几何?”翻译成数学问题是:如图所示,△ABC中,∠ACB=90°,AC+AB=10,BC=3,求AC的长,如果设AC=x,则可列方程为 $x^2+3^2=(10-x)^2$.



【解答】解: 设 $AC=x$,

$$\because AC+AB=10,$$

$$\therefore AB=10-x.$$

\because 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$,

$$\therefore AC^2+BC^2=AB^2, \text{ 即 } x^2+3^2=(10-x)^2.$$

故答案为: $x^2+3^2=(10-x)^2$.

16. (3分) 阅读材料: 若 $a^b=N$, 则 $b=\log_a N$, 称 b 为以 a 为底 N 的对数, 例如 $2^3=8$, 则 $\log_2 8=\log_2 2^3=3$. 根据材料填空: $\log_3 9=\underline{2}$.

【解答】解: $\because 3^2=9$,

$$\therefore \log_3 9=\log_3 3^2=2.$$

故答案为 2.

三、解答题 (本题共 10 题, 102 分)

17. (6分) 计算: $|-5|+(-1)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}-\sqrt{4}$.

【解答】解: 原式 $=5+1-3-2=1$.

18. (6分) 先化简, 再求值: $\left(1+\frac{4}{x-2}\right) \div \frac{x+2}{x^2-4}$. 其中 $x=3$.

【解答】解: $\left(1+\frac{4}{x-2}\right) \div \frac{x+2}{x^2-4}$

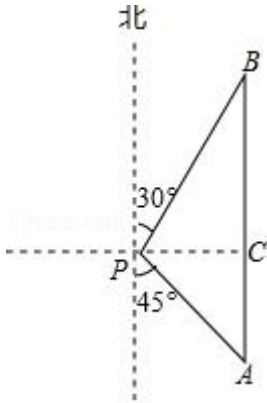
$$= \frac{x-2+4}{x-2} \times \frac{(x+2)(x-2)}{x+2}$$

$$=x+2.$$

当 $x=3$ 时, 原式 $=3+2=5$.

19. (6分) 随着航母编队的成立, 我国海军日益强大. 2018年4月12日, 中央军委在南海

海域隆重举行海上阅兵，在阅兵之前我军加强了海上巡逻，如图，我军巡逻舰在某海域航行到 A 处时，该舰在观测点 P 的南偏东 45° 的方向上，且与观测点 P 的距离 PA 为 400 海里；巡逻舰继续沿正北方向航行一段时间后，到达位于观测点 P 的北偏东 30° 方向上的 B 处，问此时巡逻舰与观测点 P 的距离 PB 为多少海里？（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ，结果精确到 1 海里）。



【解答】解：在 $\triangle APC$ 中， $\angle ACP = 90^\circ$ ， $\angle APC = 45^\circ$ ，则 $AC = PC$ 。

$\because AP = 400$ 海里，

\therefore 由勾股定理知， $AP^2 = AC^2 + PC^2 = 2PC^2$ ，即 $400^2 = 2PC^2$ ，

故 $PC = 200\sqrt{2}$ 海里。

又 \because 在直角 $\triangle BPC$ 中， $\angle PCB = 90^\circ$ ， $\angle BPC = 60^\circ$ ，

$\therefore PB = \frac{PC}{\cos 60^\circ} = 2PC = 400\sqrt{2} \approx 566$ （海里）。

答：此时巡逻舰与观测点 P 的距离 PB 约为 566 海里。

20.（6分）为进一步深化基础教育课程改革，构建符合素质教育要求的学校课程体系，某学校自主开发了 A 书法、 B 阅读、 C 足球、 D 器乐四门校本选修课程供学生选择，每门课程被选到的机会均等。

（1）学生小红计划选修两门课程，请写出她所有可能的选法；

（2）若学生小明和小刚各计划选修一门课程，则他们两人恰好选修同一门课程的概率为多少？

【解答】解：（1）共有 6 种等可能的结果数，它们是： AB 、 AC 、 AD 、 BC 、 BD 、 CD ；

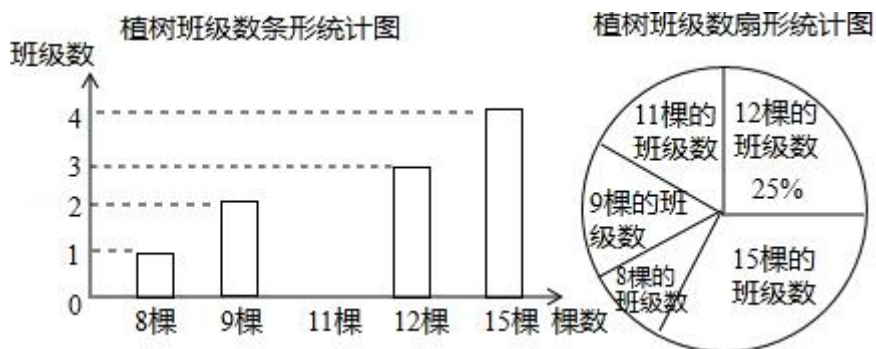
（2）画树状图为：



共有 16 种等可能的结果数，其中他们两人恰好选修同一门课程的结果数为 4，

所以他们两人恰好选修同一门课程的概率 = $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

21. (6分) 今年我市将创建全国森林城市, 提出了“共建绿色城”的倡议. 某校积极响应, 在3月12日植树节这天组织全校学生开展了植树活动, 校团委对全校各班的植树情况进行了统计, 绘制了如图所示的两幅不完整的统计图.



- 求该校的班级总数;
- 将条形统计图补充完整;
- 求该校各班在这一活动中植树的平均棵树.

【解答】解: (1) 该校的班级总数 = $3 \div 25\% = 12$,

答: 该校的班级总数是 12;

- 植树 11 棵的班级数: $12 - 1 - 2 - 3 - 4 = 2$, 如图所示:

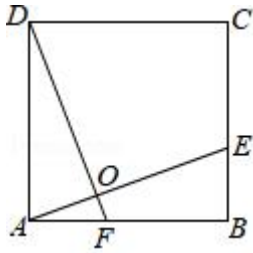


- $(1 \times 8 + 2 \times 9 + 2 \times 11 + 3 \times 12 + 4 \times 15) \div 12 = 12$ (棵),

答: 该校各班在这一活动中植树的平均数约是 12 棵数.

22. (6分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AF = BE$, AE 与 DF 相交于点 O .

- 求证: $\triangle DAF \cong \triangle ABE$;
- 求 $\angle AOD$ 的度数.



【解答】(1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$, $AD = AB$,

在 $\triangle DAF$ 和 $\triangle ABE$ 中,
$$\begin{cases} AD=AB \\ \angle DAF = \angle ABE = 90^\circ \\ AF=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle DAF \cong \triangle ABE$ (SAS),

(2) 由 (1) 知, $\triangle DAF \cong \triangle ABE$,

$\therefore \angle ADF = \angle BAE$,

$\because \angle ADF + \angle DAO = \angle BAE + \angle DAO = \angle DAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOD = 180^\circ - (\angle ADF + \angle DAO) = 90^\circ$.

23. (8分) 湘潭市继 2017 年成功创建全国文明城市之后, 又准备争创全国卫生城市. 某小区积极响应, 决定在小区内安装垃圾分类的温馨提示牌和垃圾箱, 若购买 2 个温馨提示牌和 3 个垃圾箱共需 550 元, 且垃圾箱的单价是温馨提示牌单价的 3 倍.

(1) 求温馨提示牌和垃圾箱的单价各是多少元?

(2) 该小区至少需要安放 48 个垃圾箱, 如果购买温馨提示牌和垃圾箱共 100 个, 且费用不超过 10000 元, 请你列举出所有购买方案, 并指出哪种方案所需资金最少? 最少是多少元?

【解答】解: (1) 设温馨提示牌的单价为 x 元, 则垃圾箱的单价为 $3x$ 元,

根据题意得, $2x + 3 \times 3x = 550$,

$\therefore x = 50$,

经检验, 符合题意,

$\therefore 3x = 150$ 元,

即: 温馨提示牌和垃圾箱的单价各是 50 元和 150 元;

(2) 设购买温馨提示牌 y 个 (y 为正整数), 则垃圾箱为 $(100 - y)$ 个,

根据题意得,
$$\begin{cases} 100-y \geq 48 \\ 50y+150(100-y) \leq 10000 \end{cases}$$

$\therefore 50 \leq y \leq 52,$

$\because y$ 为正整数,

$\therefore y$ 为 50, 51, 52, 共 3 种方案;

即: 温馨提示牌 50 个, 垃圾箱 50 个; 温馨提示牌 51 个, 垃圾箱 49 个; 温馨提示牌 52 个, 垃圾箱 48 个,

根据题意, 费用为 $50y+150(100-y) = -100y+15000,$

当 $y=52$ 时, 所需资金最少, 最少是 9800 元.

24. (8分) 如图, 点 M 在函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图象上, 过点 M 分别作 x 轴和 y 轴的平行线交函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象于点 B, C .

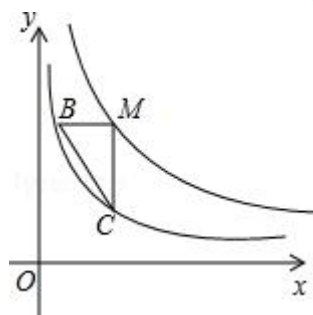
线交函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象于点 B, C .

(1) 若点 M 的坐标为 $(1, 3)$.

①求 B, C 两点的坐标;

②求直线 BC 的解析式;

(2) 求 $\triangle BMC$ 的面积.



【解答】解: (1) ① \because 点 M 的坐标为 $(1, 3)$

且 B, C 函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象上

\therefore 点 C 横坐标为 1, 纵坐标为 1

点 B 纵坐标为 3, 横坐标为 $\frac{1}{3}$

\therefore 点 C 坐标为 $(1, 1)$, 点 B 坐标为 $(\frac{1}{3}, 3)$

② 设直线 BC 解析式为 $y = kx + b$

把 B, C 点坐标代入得

$$\begin{cases} 1=k+b \\ 3=\frac{1}{3}k+b \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} k=-3 \\ b=4 \end{cases}$$

∴直线 BC 解析式为: $y = -3x+4$

(2) 设点 M 坐标为 (a, b)

∵点 M 在函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图象上

∴ $ab=3$

由 (1) 点 C 坐标为 $(a, \frac{1}{a})$, B 点坐标为 $(\frac{1}{b}, b)$

$$\therefore BM = a - \frac{1}{b} = \frac{ab-1}{b}, \quad MC = b - \frac{1}{a} = \frac{ab-1}{a}$$

$$\therefore S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{ab-1}{b} \cdot \frac{ab-1}{a} = \frac{1}{2} \times \frac{(ab-1)^2}{ab} = \frac{2}{3}$$

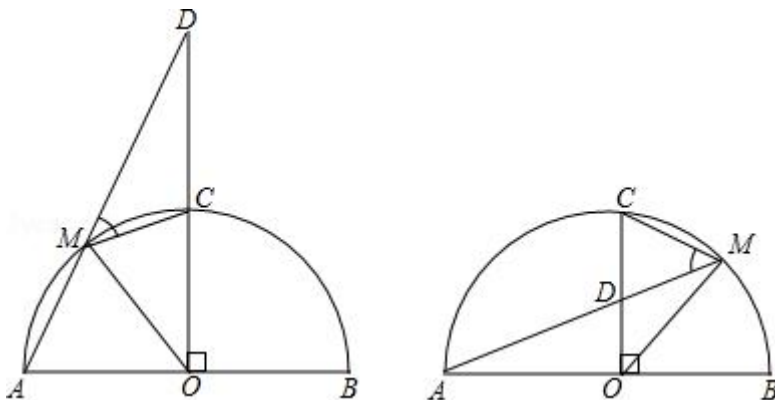
25. (10分) 如图, AB 是以 O 为圆心的半圆的直径, 半径 $CO \perp AO$, 点 M 是 \widehat{AB} 上的动点, 且不与点 A, C, B 重合, 直线 AM 交直线 OC 于点 D , 连结 OM 与 CM .

(1) 若半圆的半径为 10.

①当 $\angle AOM = 60^\circ$ 时, 求 DM 的长;

②当 $AM = 12$ 时, 求 DM 的长.

(2) 探究: 在点 M 运动的过程中, $\angle DMC$ 的大小是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.



【解答】解: (1) ①当 $\angle AOM = 60^\circ$ 时,

∵ $OM=OA$,

∴ $\triangle AMO$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle A = \angle MOA = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle MOD = 30^\circ, \angle D = 30^\circ,$$

$$\therefore DM = OM = 10$$

②过点 M 作 $MF \perp OA$ 于点 F ,

设 $AF = x$,

$$\therefore OF = 10 - x,$$

$$\because AM = 12, OA = OM = 10,$$

由勾股定理可知: $12^2 - x^2 = 10^2 - (10 - x)^2$

$$\therefore x = \frac{36}{5},$$

$$\therefore AF = \frac{36}{5},$$

$$\because MF \parallel OD,$$

$$\therefore \triangle AMF \sim \triangle ADO,$$

$$\therefore \frac{AM}{AD} = \frac{AF}{OA},$$

$$\therefore \frac{12}{AD} = \frac{\frac{36}{5}}{10},$$

$$\therefore AD = \frac{50}{3}$$

$$\therefore MD = AD - AM = \frac{14}{3}$$

(2) 当点 M 位于 \widehat{AC} 之间时,

连接 BC ,

$\because C$ 是 \widehat{AB} 的中点,

$$\therefore \angle B = 45^\circ,$$

\because 四边形 $AMCB$ 是圆内接四边形,

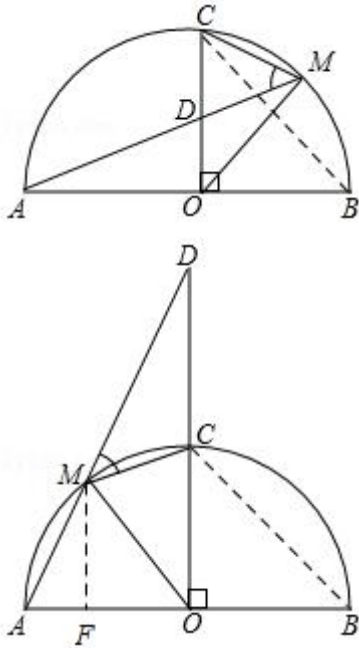
此时 $\angle CMD = \angle B = 45^\circ$,

当点 M 位于 \widehat{BC} 之间时,

连接 BC ,

由圆周角定理可知: $\angle CMD = \angle B = 45^\circ$

综上所述, $\angle CMD = 45^\circ$



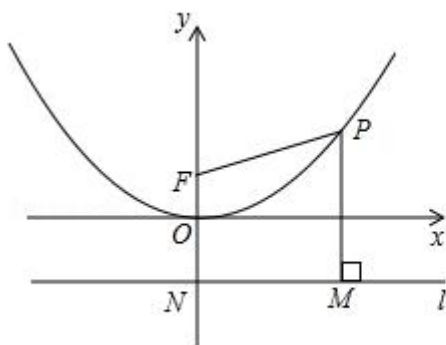
26. (10分) 如图, 点 P 为抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上一动点.

(1) 若抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 是由抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 通过图象平移得到的, 请写出平移的过程;

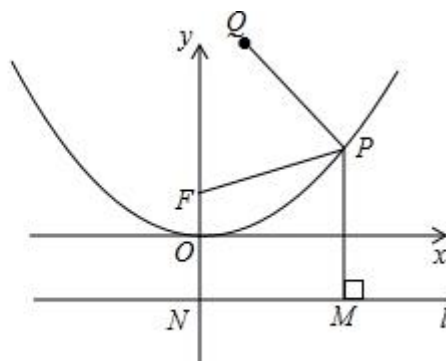
(2) 若直线 l 经过 y 轴上一点 N , 且平行于 x 轴, 点 N 的坐标为 $(0, -1)$, 过点 P 作 $PM \perp l$ 于 M .

①问题探究: 如图一, 在对称轴上是否存在一定点 F , 使得 $PM = PF$ 恒成立? 若存在, 求出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

②问题解决: 如图二, 若点 Q 的坐标为 $(1, 5)$, 求 $QP + PF$ 的最小值.



(图一)



(图二)

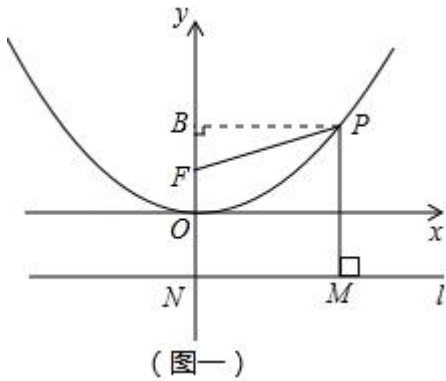
【解答】解: (1) \because 抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 的顶点为 $(-2, -1)$

\therefore 抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 的图象向上平移 1 个单位, 再向右 2 个单位得到抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$

的图象.

(2) ①存在一定点 F , 使得 $PM=PF$ 恒成立.

如图一, 过点 P 作 $PB \perp y$ 轴于点 B



设点 P 坐标为 $(a, \frac{1}{4}a^2)$

$$\therefore PM=PF=\frac{1}{4}a^2+1$$

$$\therefore PB=a$$

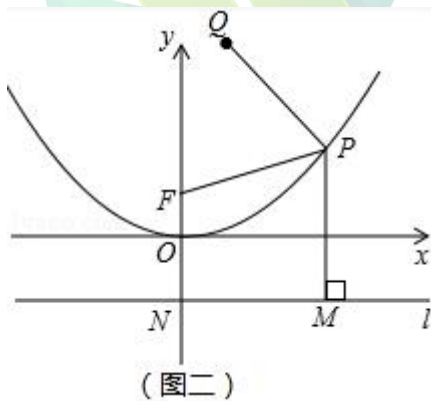
\therefore Rt $\triangle PBF$ 中

$$BF=\sqrt{PF^2-PB^2}=\sqrt{(\frac{1}{4}a^2+1)^2-a^2}=|\frac{1}{4}a^2-1|$$

$$\therefore OF=1$$

\therefore 点 F 坐标为 $(0, 1)$

②如图二中,



由①, $PM=PF$

$QP+PF$ 的最小值为 $QP+PM$ 的最小值

当 Q 、 P 、 M 三点共线时, $QP+PM$ 有最小值, 最小值为点 Q 纵坐标加 M 纵坐标的绝对值.

$\therefore QP+PF$ 的最小值为 6.



湘潭升学帮
www.xtsxb.com