

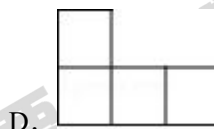
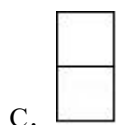
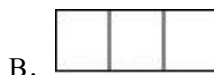
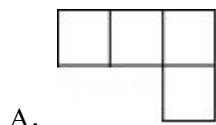
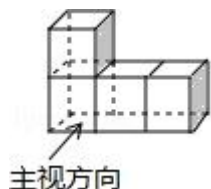
2017 年湖南省湘潭市中考数学试卷

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

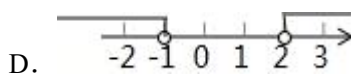
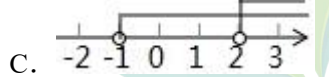
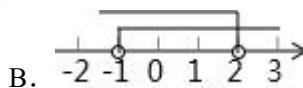
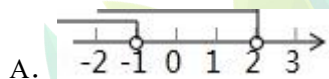
1. (3 分) 2017 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{2017}$ B. $-\frac{1}{2017}$ C. 2017 D. -2017

2. (3 分) 如图所示的几何体的主视图是 ()



3. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $3a - 2a = a$ B. $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$ C. $(2a)^3 = 2a^3$ D. $a^6 \div a^3 = a^2$

5. (3 分) “莲城读书月”活动结束后，对八年级（三）班 45 人所阅读书籍数量情况的统计结果如下表所示：

阅读数量	1 本	2 本	3 本	3 本以上
人数 (人)	10	18	13	4

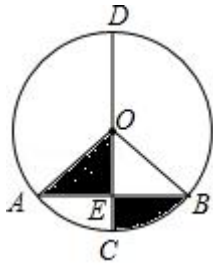
根据统计结果，阅读 2 本书籍的人数最多，则这个数据 2 是 ()

- A. 平均数 B. 极差 C. 众数 D. 方差

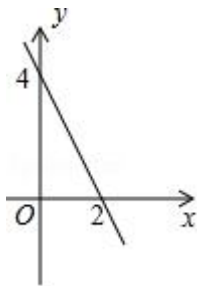
6. (3 分) 函数 $y = \sqrt{x+2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -2$ B. $x < -2$ C. $x \geq 0$ D. $x \neq -2$

7. (3分) 如图, 在半径为4的 $\odot O$ 中, CD 是直径, AB 是弦, 且 $CD \perp AB$, 垂足为点 E , $\angle AOB = 90^\circ$, 则阴影部分的面积是 ()



- A. $4\pi - 4$ B. $2\pi - 4$ C. 4π D. 2π
8. (3分) 一次函数 $y = ax + b$ 的图象如图所示, 则不等式 $ax + b \geq 0$ 的解集是 ()



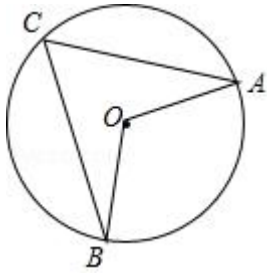
- A. $x \geq 2$ B. $x \leq 2$ C. $x \geq 4$ D. $x \leq 4$

二、填空题 (共8小题, 每小题3分, 满分24分)

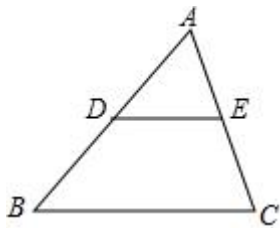
9. (3分) 因式分解: $m^2 - n^2 =$ _____.
10. (3分) 截止2016年底, 到韶山观看大型实景剧《中国出了个毛泽东》的观众约为925000人次, 将925000用科学记数法表示为 _____.
11. (3分) 计算: $\frac{a-1}{a+2} + \frac{3}{a+2} =$ _____.
12. (3分) 某同学家长应邀参加孩子就读中学的开放日活动, 他打算上午随机听一节孩子所在1班的课, 下表是他拿到的当天上午1班的课表, 如果每一节课被听的机会均等, 那么他听数学课的概率是 _____.

班级	1班
节次	
第1节	语文
第2节	英语
第3节	数学
第4节	音乐

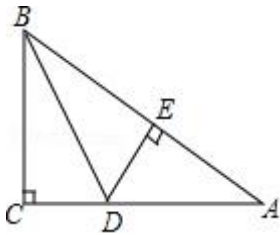
13. (3分) 如图, 在 $\odot O$ 中, 已知 $\angle AOB=120^\circ$, 则 $\angle ACB=$ _____.



14. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比 $S_{\triangle ADE}: S_{\triangle ABC}=$ _____.



15. (3分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D , DE 垂直平分 AB , 垂足为点 E , 请任意写出一组相等的线段_____.



16. (3分) 阅读材料: 设 $\vec{a}=(x_1, y_1)$, $\vec{b}=(x_2, y_2)$, 如果 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$. 根据该材料填空: 已知 $\vec{a}=(2, 3)$, $\vec{b}=(4, m)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $m=$ _____.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 请将解答过程写在答题卡相应位置上, 满分 72 分)

17. (6分) 计算: $|-2| + (5 - \pi)^0 - \sqrt{2} \sin 45^\circ$.

18. (6分) “鸡兔同笼”是我国古代著名的数学趣题之一. 大约在 1500 年前成书的《孙子算经》中, 就有关于“鸡兔同笼”的记载: “今有雉兔同笼, 上有三十五头, 下有九十四足, 问雉兔各几何?” 这四句话的意思是: 有若干只鸡兔关在一个笼子里, 从上面数, 有 35 个头; 从下面数, 有 94 条腿. 问笼中各有几只鸡和兔?

19. (6分) 从 -2, 1, 3 这三个数中任取两个不同的数, 作为点的坐标.

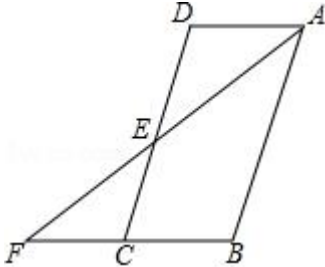
(1) 写出该点所有可能的坐标;

(2) 求该点在第一象限的概率.

20. (6分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $DE=CE$, 连接 AE 并延长交 BC 的延长线于点 F .

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle FCE$;

(2) 若 $AB=2BC$, $\angle F=36^\circ$. 求 $\angle B$ 的度数.



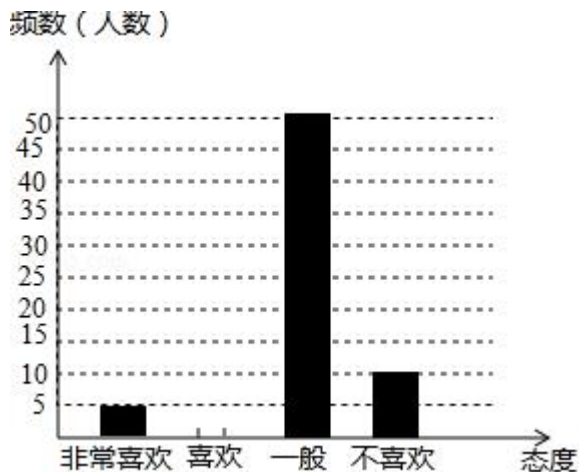
21. (6分) 为响应习总书记足球进校园的号召, 某学校积极开展与足球有关的宣传与实践活动. 学生会体育部为了解本校学生对足球运动的态度, 随机抽取了部分学生进行调查, 并绘制了如下的统计图表 (部分信息未给出).

态度	频数 (人数)	频率
非常喜欢	5	0.05
喜欢		0.35
一般	50	n
不喜欢	10	
合计	m	l

(1) 在上面的统计表中 $m=$ _____, $n=$ _____.

(2) 请你将条形统计图补充完整;

(3) 该校共有学生 1200 人, 根据统计信息, 估计爱好足球运动 (包括喜欢和非常喜欢) 的学生有多少人?



22. (6分) 由多项式乘法: $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$, 将该式从右到左使用, 即可得到“十字相乘法”进行因式分解的公式: $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

示例: 分解因式: $x^2 + 5x + 6 = x^2 + (2+3)x + 2 \times 3 = (x+2)(x+3)$

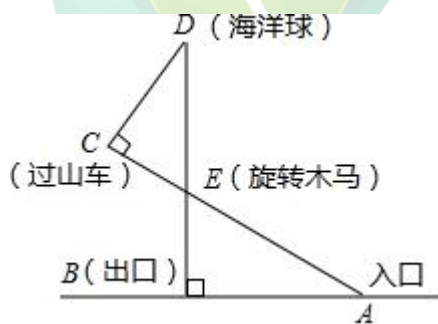
(1) 尝试: 分解因式: $x^2 + 6x + 8 = (x + \underline{\quad}) (x + \underline{\quad})$;

(2) 应用: 请用上述方法解方程: $x^2 - 3x - 4 = 0$.

23. (8分) 某游乐场部分平面图如图所示, C 、 E 、 A 在同一直线上, D 、 E 、 B 在同一直线上, 测得 A 处与 E 处的距离为 80 米, C 处与 D 处的距离为 34 米, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABE = 90^\circ$, $\angle BAE = 30^\circ$. ($\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)

(1) 求旋转木马 E 处到出口 B 处的距离;

(2) 求海洋球 D 处到出口 B 处的距离 (结果保留整数).



24. (8分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 $A(3, 1)$.

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 若一次函数 $y = ax + 6$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数的图象只有一个交点, 求一次函数的解析式.

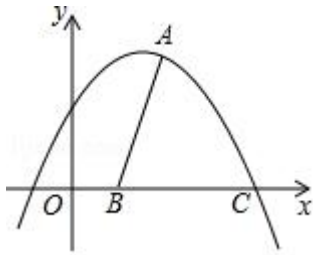
25. (10分) 已知抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{20}x^2 + bx + 5$.

(1) 当自变量 $x \geq 2$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减少, 求 b 的取值范围;

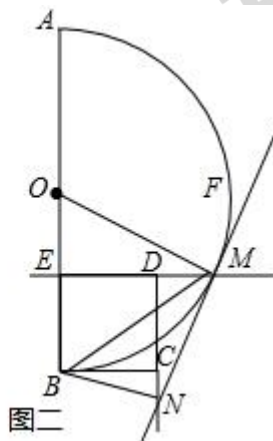
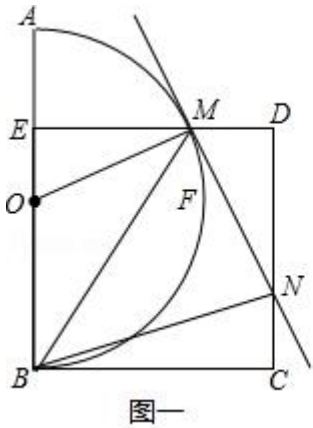
(2) 如图, 若抛物线的图象经过点 $A(2, 5)$, 与 x 轴交于点 C , 抛物线的对称轴与 x 轴交于 B .

①求抛物线的解析式;

②在抛物线上是否存在点 P , 使得 $\angle PAB = \angle ABC$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



26. (10分) 如图, 动点 M 在以 O 为圆心, AB 为直径的半圆弧上运动 (点 M 不与点 A 、 B 及 \widehat{AB} 的中点 F 重合), 连接 OM . 过点 M 作 $ME \perp AB$ 于点 E , 以 BE 为边在半圆同侧作正方形 $BCDE$, 过点 M 作 $\odot O$ 的切线交射线 DC 于点 N , 连接 BM 、 BN .



(1) 探究: 如图一, 当动点 M 在 \widehat{AF} 上运动时;

①判断 $\triangle OEM \sim \triangle MDN$ 是否成立? 请说明理由;

②设 $\frac{ME+NC}{MN} = k$, k 是否为定值? 若是, 求出该定值, 若不是, 请说明理由;

③设 $\angle MBN = \alpha$, α 是否为定值? 若是, 求出该定值, 若不是, 请说明理由;

(2) 拓展: 如图二, 当动点 M 在 \widehat{FB} 上运动时;

分别判断 (1) 中的三个结论是否保持不变? 如有变化, 请直接写出正确的结论. (均不必说明理由)

2017年湖南省湘潭市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共8小题，每小题3分，满分24分）

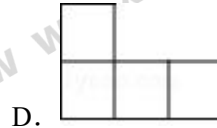
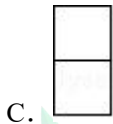
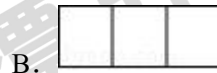
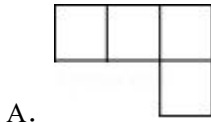
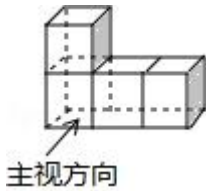
1. (3分) 2017的倒数是（ ）

- A. $\frac{1}{2017}$ B. $-\frac{1}{2017}$ C. 2017 D. -2017

【解答】解：2017的倒数是 $\frac{1}{2017}$.

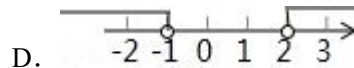
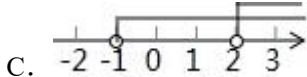
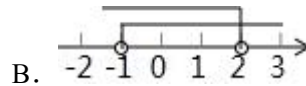
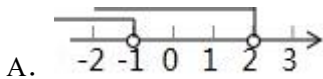
故选：A.

2. (3分) 如图所示的几何体的主视图是（ ）



【解答】解：从正面看第一层是三个小正方形，第二层左边一个小正方形，
故选：D.

3. (3分) 不等式组 $\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为（ ）

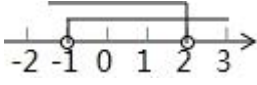


【解答】解： $\because x > -1$,

\therefore 在-1处是空心圆点且折线向右，

$\because x < 2$,

\therefore 在2处是空心圆点且折线向左，

不等式组 $\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示在数轴上表示为：

故选：B.

4. (3分) 下列计算正确的是 ()

A. $3a - 2a = a$ B. $\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{7}$ C. $(2a)^3 = 2a^3$ D. $a^6 \div a^3 = a^2$

【解答】解：A、 $3a - 2a = a$ ，故本选项正确；

B、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{5}$ 不是同类项，不能合并，故本选项错误；

C、 $(2a)^3 = 8a^3 \neq 2a^3$ ，故本选项错误；

D、 $a^6 \div a^3 = a^3 \neq a^2$ ，故本选项错误.

故选：A.

5. (3分) “莲城读书月”活动结束后，对八年级(三)班45人所阅读书籍数量情况的统计结果如下表所示：

阅读数量	1本	2本	3本	3本以上
人数(人)	10	18	13	4

根据统计结果，阅读2本书籍的人数最多，则这个数据2是 ()

A. 平均数 B. 极差 C. 众数 D. 方差

【解答】解：由题意2出现的次数最多，故2是众数.

故选：C.

6. (3分) 函数 $y = \sqrt{x+2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

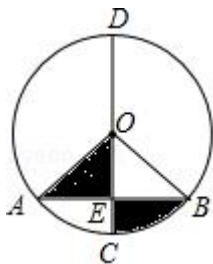
A. $x \geq -2$ B. $x < -2$ C. $x \geq 0$ D. $x \neq -2$

【解答】解：根据题意得： $x+2 \geq 0$ ，

解得 $x \geq -2$.

故选：A.

7. (3分) 如图，在半径为4的 $\odot O$ 中， CD 是直径， AB 是弦，且 $CD \perp AB$ ，垂足为点 E ， $\angle AOB = 90^\circ$ ，则阴影部分的面积是 ()



- A. $4\pi - 4$ B. $2\pi - 4$ C. 4π D. 2π

【解答】解：∵ CD 是直径， $CD \perp AB$ ， $\angle AOB = 90^\circ$

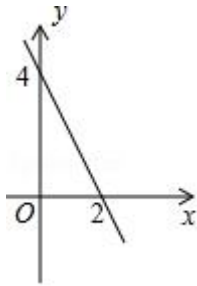
∴ $AE = EB$ ， $\angle AOE = \angle BOC = 45^\circ$ ，

∴ $S_{\triangle AOE} = S_{\triangle OEB}$ ，

∴ $S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形} OBC} = \frac{45 \cdot \pi \cdot 4^2}{360} = 2\pi$ ，

故选：D.

8. (3分) 一次函数 $y = ax + b$ 的图象如图所示，则不等式 $ax + b \geq 0$ 的解集是 ()



- A. $x \geq 2$ B. $x \leq 2$ C. $x \geq 4$ D. $x \leq 4$

【解答】解：不等式 $ax + b \geq 0$ 的解集为 $x \leq 2$ 。

故选：B.

二、填空题 (共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分)

9. (3分) 因式分解： $m^2 - n^2 = \underline{(m+n)(m-n)}$ 。

【解答】解：原式 = $(m+n)(m-n)$ ，

故答案为 $(m+n)(m-n)$ 。

10. (3分) 截止 2016 年底，到韶山观看大型实景剧《中国出了个毛泽东》的观众约为 925000 人次，将 925000 用科学记数法表示为 $\underline{9.25 \times 10^5}$ 。

【解答】解：将 925000 用科学记数法表示为： 9.25×10^5 。

故答案为： 9.25×10^5 。

11. (3分) 计算： $\frac{a-1}{a+2} + \frac{3}{a+2} = \underline{1}$ 。

【解答】解：原式 = $\frac{a-1+3}{a+2} = \frac{a+2}{a+2} = 1$ ，

故答案为：1。

12. (3分) 某同学家长应邀参加孩子就读中学的开放日活动，他打算上午随机听一节孩子所在 1 班的课，下表是他拿到的当天上午 1 班的课表，如果每一节课被听的机会均等，

那么他听数学课的概率是 $\frac{1}{4}$.

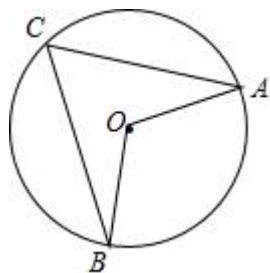
班级	1 班
节次	
第 1 节	语文
第 2 节	英语
第 3 节	数学
第 4 节	音乐

【解答】解：由表可知，当天上午 1 班的课表中听一节课有 4 种等可能结果，其中听数学课的有 1 种可能，

\therefore 听数学课的可能性概率是 $\frac{1}{4}$.

故答案是： $\frac{1}{4}$.

13. (3 分) 如图，在 $\odot O$ 中，已知 $\angle AOB = 120^\circ$ ，则 $\angle ACB = \underline{60^\circ}$.

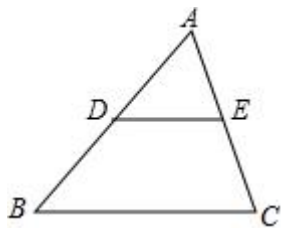


【解答】解： $\because \angle AOB = 120^\circ$ ，点 C 在 $\odot O$ 上，

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ$.

故答案为： 60°

14. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D、E 分别是边 AB、AC 的中点，则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = \underline{1 : 4}$.



【解答】解： \because D、E 分别是边 AB、AC 的中点，

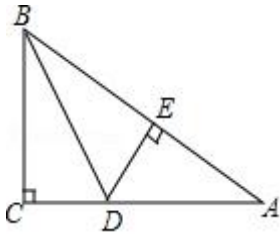
$$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

故答案为：1：4.

15. (3分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D ， DE 垂直平分 AB ，垂足为点 E ，请任意写出一组相等的线段 $BE=EA$ 。



【解答】解： $\because DE$ 垂直平分 AB ，

$$\therefore BE=EA,$$

故答案为： $BE=EA$ 。

16. (3分) 阅读材料：设 $\vec{a} = (x_1, y_1)$ ， $\vec{b} = (x_2, y_2)$ ，如果 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$ 。根据该材料填空：已知 $\vec{a} = (2, 3)$ ， $\vec{b} = (4, m)$ ，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $m = \underline{6}$ 。

【解答】解：由题意： $\because \vec{a} = (2, 3)$ ， $\vec{b} = (4, m)$ ，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，

$$\therefore 2m = 12,$$

$$\therefore m = 6,$$

故答案为 6。

- 三、解答题（本大题共 10 小题，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。请将解答过程写在答题卡相应位置上，满分 72 分）

17. (6分) 计算： $|-2| + (5 - \pi)^0 - \sqrt{2}\sin 45^\circ$ 。

【解答】解：原式 $= 2 + 1 - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$= 2.$$

18. (6分) “鸡兔同笼”是我国古代著名的数学趣题之一。大约在 1500 年前成书的《孙子算经》中，就有关于“鸡兔同笼”的记载：“今有雉兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问雉兔各几何？”这四句话的意思是：有若干只鸡兔关在一个笼子里，从上面数，有 35 个头；从下面数，有 94 条腿。问笼中各有几只鸡和兔？

【解答】解：设鸡有 x 只，兔有 y 只，根据题意得

$$\begin{cases} x+y=35 \\ 2x+4y=94 \end{cases},$$

解之，得 $\begin{cases} x=23 \\ y=12 \end{cases}$,

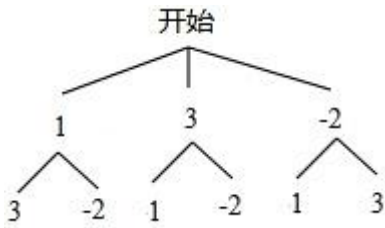
即有鸡 23 只，兔 12 只.

19. (6分) 从 -2, 1, 3 这三个数中任取两个不同的数，作为点的坐标.

(1) 写出该点所有可能的坐标;

(2) 求该点在第一象限的概率.

【解答】解：(1) 画树状图得：



∴所有可能的坐标为 (1, 3)、(1, -2)、(3, 1)、(3, -2)、(-2, 1)、(-2, 3);

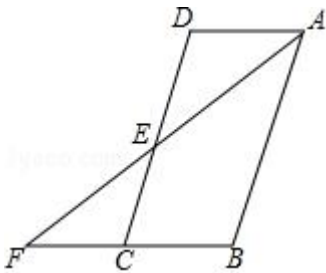
(2) ∵共有 6 种等可能的结果，其中 (1, 3), (3, 1) 点落在第一象限，

∴点刚好落在第一象限的概率 = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

20. (6分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $DE=CE$ ，连接 AE 并延长交 BC 的延长线于点 F .

(1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle FCE$;

(2) 若 $AB=2BC$ ， $\angle F=36^\circ$. 求 $\angle B$ 的度数.



【解答】(1) 证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD \parallel BC$ ， $AD=BC$ ，

∴ $\angle D = \angle ECF$ ，

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$ 中， $\begin{cases} \angle D = \angle ECF \\ DE = CE \\ \angle AED = \angle FEC \end{cases}$ ，

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE$ (ASA);

(2) 解: $\because \triangle ADE \cong \triangle FCE$,

$\therefore AD = FC$,

$\because AD = BC, AB = 2BC$,

$\therefore AB = FB$,

$\therefore \angle BAF = \angle F = 36^\circ$,

$\therefore \angle B = 180^\circ - 2 \times 36^\circ = 108^\circ$.

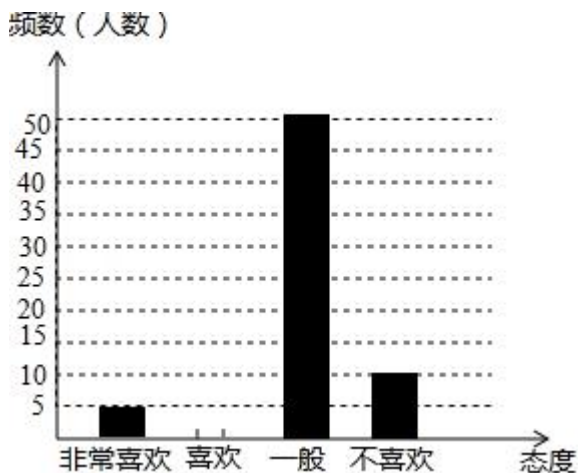
21. (6分) 为响应习总书记足球进校园的号召, 某学校积极开展与足球有关的宣传与实践活动. 学生会体育部为了解本校学生对足球运动的态度, 随机抽取了部分学生进行调查, 并绘制了如下的统计图表 (部分信息未给出).

态度	频数 (人数)	频率
非常喜欢	5	0.05
喜欢		0.35
一般	50	n
不喜欢	10	
合计	m	l

(1) 在上面的统计表中 $m = 100$, $n = 0.5$.

(2) 请你将条形统计图补充完整;

(3) 该校共有学生 1200 人, 根据统计信息, 估计爱好足球运动 (包括喜欢和非常喜欢) 的学生有多少人?



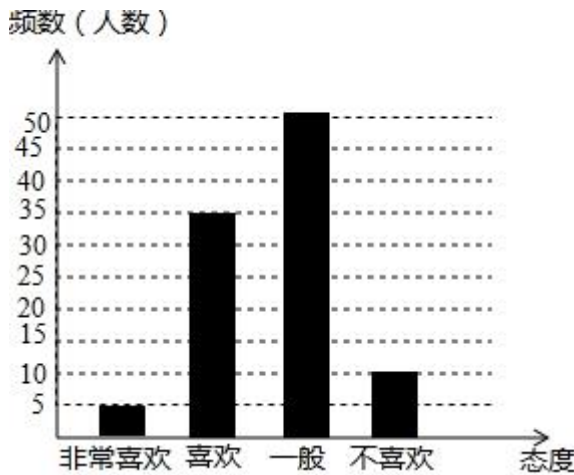
【解答】解：（1）由题意抽取的总人数为 m 人.

由题意 $\frac{5}{m}=0.05$, 解得 $m=100$,

$$n=\frac{50}{100}=0.5,$$

故答案为 100, 0.5

（2）喜欢的人数为 $100 \times 0.35 = 35$, 条形图如图所示,



（3） $1200 \times (0.05 + 0.35) = 480$ 人

答：计爱好足球运动（包括喜欢和非常喜欢）的学生约为 480 人.

22. (6分) 由多项式乘法: $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$, 将该式从右到左使用, 即可得到“十字相乘法”进行因式分解的公式: $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

示例: 分解因式: $x^2 + 5x + 6 = x^2 + (2+3)x + 2 \times 3 = (x+2)(x+3)$

(1) 尝试: 分解因式: $x^2 + 6x + 8 = (x + \underline{2})(x + \underline{4})$;

(2) 应用: 请用上述方法解方程: $x^2 - 3x - 4 = 0$.

【解答】解: (1) $x^2 + 6x + 8 = x^2 + (2+4)x + 2 \times 4 = (x+2)(x+4)$,

故答案为: 2, 4;

(2) $\because x^2 - 3x - 4 = 0$,

$$x^2 + (-4+1)x + (-4) \times 1 = 0,$$

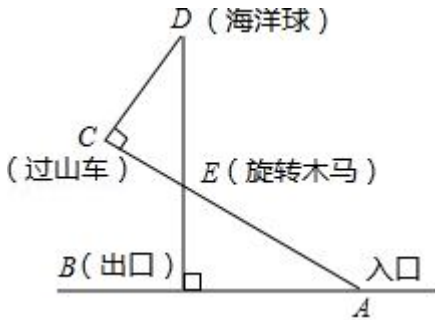
$$\therefore (x-4)(x+1) = 0,$$

则 $x+1=0$ 或 $x-4=0$,

解得： $x = -1$ 或 $x = 4$ 。

23. (8分) 某游乐场部分平面图如图所示， C 、 E 、 A 在同一直线上， D 、 E 、 B 在同一直线上，测得 A 处与 E 处的距离为 80 米， C 处与 D 处的距离为 34 米， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle ABE = 90^\circ$ ， $\angle BAE = 30^\circ$ 。（ $\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$ ）

- (1) 求旋转木马 E 处到出口 B 处的距离；
- (2) 求海洋球 D 处到出口 B 处的距离（结果保留整数）。



【解答】解：(1) \because 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $\angle BAE = 30^\circ$ ，

$$\therefore BE = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2} \times 80 = 40 \text{ (米)};$$

(2) \because 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $\angle BAE = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = \angle AEB = 60^\circ,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle CDE \text{ 中, } DE = \frac{CD}{\sin \angle CED} \approx \frac{34}{\frac{1.7}{2}} = 40 \text{ (米)},$$

则 $BD = DE + BE = 40 + 40 = 80$ (米)。

24. (8分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 $A(3, 1)$ 。

- (1) 求反比例函数的解析式；
- (2) 若一次函数 $y = ax + 6$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数的图象只有一个交点，求一次函数的解析式。

【解答】解：(1) \because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 $A(3, 1)$ ，

$$\therefore k = 3,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为: } y = \frac{3}{x};$$

$$(2) \text{ 解 } \begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ y = ax + 6 \end{cases} \text{ 得 } ax^2 + 6x - 3 = 0,$$

∵一次函数 $y=ax+6$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数的图象只有一个交点,

$$\therefore \Delta = 36 + 12a = 0,$$

$$\therefore a = -3,$$

∴一次函数的解析式为 $y = -3x + 6$.

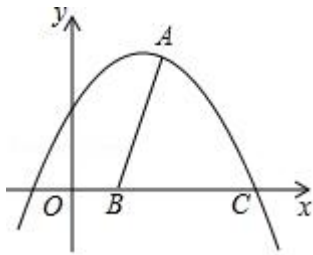
25. (10分) 已知抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{20}x^2 + bx + 5$.

(1) 当自变量 $x \geq 2$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减少, 求 b 的取值范围;

(2) 如图, 若抛物线的图象经过点 $A(2, 5)$, 与 x 轴交于点 C , 抛物线的对称轴与 x 轴交于 B .

①求抛物线的解析式;

②在抛物线上是否存在点 P , 使得 $\angle PAB = \angle ABC$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【解答】解: (1) 抛物线的对称轴为: $x = 10b$,

由题意可知: $x \geq 2$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减少,

$$\therefore 10b \leq 2,$$

$$\therefore b \leq \frac{1}{5};$$

(2) ①将 $A(2, 5)$ 代入抛物线的解析式中,

$$\therefore 5 = -\frac{1}{20} \times 4 + 2b + 5,$$

$$\therefore b = \frac{1}{10},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{1}{10}x + 5,$$

②由于 $\angle PAB = \angle ABC$,

当 P 在对称轴的左侧时,

此时 $\angle PAB = \angle ABC$,

$$\therefore PA \parallel BC,$$

∴P 的纵坐标与 A 的纵坐标相同，

∴P (0, 5)，

当 P 在对称轴的右侧时，

连接 AP 并延长交 x 轴于 E，

此时 $\angle PAB = \angle ABC$

∴AE = BE，

过点 A 作 $AG \perp x$ 轴于点 G，过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于点 H，过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F，

∴B (1, 0), A (2, 5)，

∴AG = 5, BG = 1，

∴由勾股定理可知： $AB = \sqrt{26}$ ，

∴AE = BE, $EF \perp AB$ ，

$$\therefore BF = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{26}}{2},$$

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{BG}{AB} = \frac{\sqrt{26}}{26},$$

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{BF}{BE} = \frac{\sqrt{26}}{26},$$

∴BE = 13，

∴GE = BE - BG = 12，

$$\therefore \tan \angle PEG = \frac{AG}{GE} = \frac{5}{12},$$

设 $P(x, -\frac{1}{20}x^2 + \frac{1}{10}x + 5)$ ，

∴E (14, 0)，

$$\therefore HE = 14 - x, PH = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{1}{10}x + 5,$$

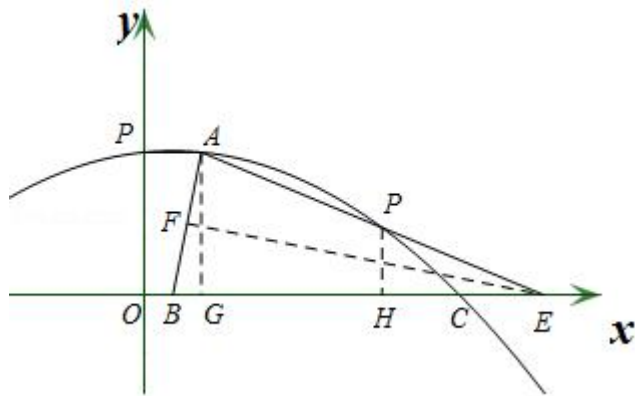
$$\therefore \tan \angle PEG = \frac{PH}{HE} = \frac{5}{12},$$

$$\text{即 } \frac{-\frac{1}{20}x^2 + \frac{1}{10}x + 5}{14 - x} = \frac{5}{12},$$

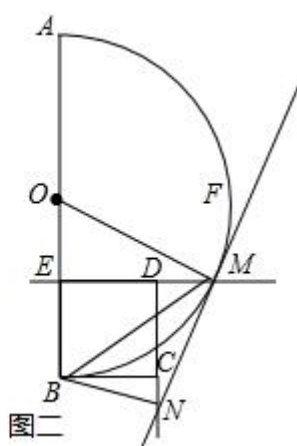
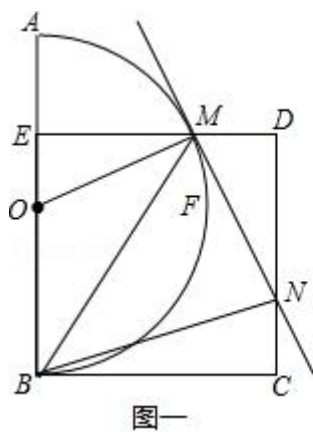
解得：x = 2 (舍去) 或 $x = \frac{25}{3}$ ，

∴P ($\frac{25}{3}$, $\frac{85}{36}$)

综上所述，P (0, 5) 或 P ($\frac{25}{3}$, $\frac{85}{36}$)



26. (10分) 如图, 动点 M 在以 O 为圆心, AB 为直径的半圆弧上运动 (点 M 不与点 A 、 B 及 \widehat{AB} 的中点 F 重合), 连接 OM . 过点 M 作 $ME \perp AB$ 于点 E , 以 BE 为边在半圆同侧作正方形 $BCDE$, 过点 M 作 $\odot O$ 的切线交射线 DC 于点 N , 连接 BM 、 BN .



(1) 探究: 如图一, 当动点 M 在 \widehat{AF} 上运动时:

①判断 $\triangle OEM \sim \triangle MDN$ 是否成立? 请说明理由;

②设 $\frac{ME+NC}{MN} = k$, k 是否为定值? 若是, 求出该定值, 若不是, 请说明理由;

③设 $\angle MBN = \alpha$, α 是否为定值? 若是, 求出该定值, 若不是, 请说明理由;

(2) 拓展: 如图二, 当动点 M 在 \widehat{FB} 上运动时:

分别判断 (1) 中的三个结论是否保持不变? 如有变化, 请直接写出正确的结论. (均不必说明理由)

【解答】 解: (1) ① $\triangle OEM \sim \triangle MDN$ 成立, 理由如下:

\because 四边形 $BCDE$ 是正方形,

$\therefore BE = BC, \angle EBC = \angle CDE = \angle BCD = \angle BED = 90^\circ,$

$\therefore \angle EOM + \angle EMO = 90^\circ,$

∵ MN 是 $\odot O$ 的切线,

∴ $MN \perp OM$,

∴ $\angle OMN = 90^\circ$,

∴ $\angle DMN + \angle EMO = 90^\circ$,

∴ $\angle EOM = \angle DMN$,

∴ $\triangle OEM \sim \triangle MDN$;

② k 值为定值 1; 理由如下:

作 $BG \perp MN$ 于 G , 如图一所示:

则 $BG \parallel OM$, $\angle BGN = \angle BGM = 90^\circ$,

∴ $\angle OMB = \angle GBM$,

∵ $OB = OM$,

∴ $\angle OBM = \angle OMB$,

∴ $\angle OBM = \angle GBM$,

在 $\triangle BME$ 和 $\triangle BMG$ 中, $\begin{cases} \angle OBM = \angle GBM \\ \angle BED = \angle BGM = 90^\circ \\ BM = BM \end{cases}$,

∴ $\triangle BME \cong \triangle BMG$ (AAS),

∴ $EM = GM$, $BE = BG$,

∴ $BG = BC$,

在 $\text{Rt}\triangle BGN$ 和 $\text{Rt}\triangle BCN$ 中, $\begin{cases} BN = BN \\ BG = BC \end{cases}$,

∴ $\text{Rt}\triangle BGN \cong \text{Rt}\triangle BCN$ (HL),

∴ $GN = CN$,

∴ $EM + NC = GM + NC = MN$,

∴ $k = \frac{EM + NC}{MN} = \frac{MN}{MN} = 1$;

③ 设 $\angle MBN = \alpha$, α 为定值 45° ; 理由如下:

∵ $\triangle BME \cong \triangle BMG$, $\text{Rt}\triangle BGN \cong \text{Rt}\triangle BCN$,

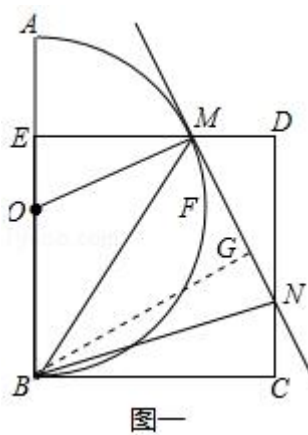
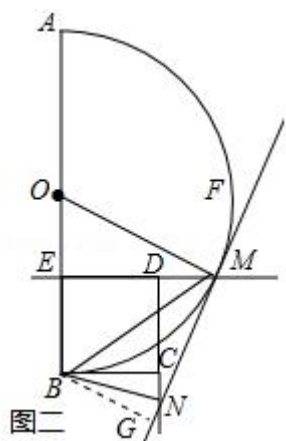
∴ $\angle EBM = \angle GBM$, $\angle GBN = \angle CBN$,

∴ $\angle MBN = \frac{1}{2} \angle EBC = 45^\circ$,

即 $\alpha = 45^\circ$;

(2) (1) 中的①③结论保持不变; ②结论: $EM - CN = MN$.

理由类似 (1), 作 $BG \perp MN$ 于 G , 如图二所示.



湘潭升学帮
www.xtsxb.com

