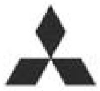
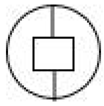
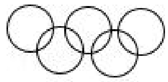
2016年湖南省湘潭市中考数学试卷

一、选择题（本大题共8个小题，每小题3分，满分24分）

1．（3分）下列四个选项中，计算结果最大的是（　　）

A．$(-6)^0$　　B．$|-6|$　　C．-6　　D．$\frac{1}{6}$

2．（3分）下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A．　B．　C．　D．

3．（3分）下列运算正确的是（　　）

A．$3+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$　　B．$(2x^2)^3=2x^5$　　C．$2a\cdot 5b=10ab$　　D．$\sqrt{6}\div\sqrt{3}=2$

4．（3分）若分式$\frac{x-1}{x+1}$的值为0，则$x=$（　　）

A．-1　　B．1　　C．±1　　D．0

5．（3分）小红同学四次中考数学模拟考试成绩分别是：96，104，104，116，关于这组数据下列说法错误的是（　　）

A．平均数是105　B．众数是104　　C．中位数是104　　D．方差是50

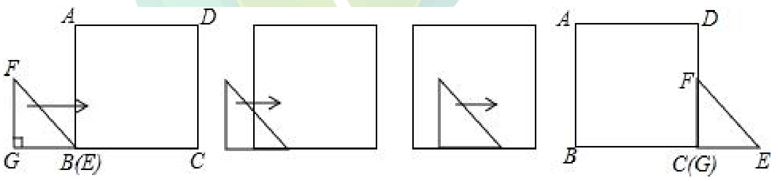
6．（3分）抛物线$y=2(x-3)^2+1$的顶点坐标是（　　）

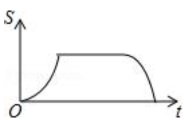
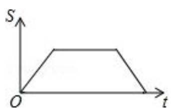
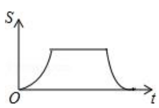
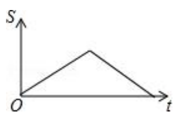
A．（3，1）　　B．（3，－1）　　C．（－3，1）　　D．（－3，－1）

7．（3分）程大位《直指算法统宗》：一百馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚得几丁．意思是：有100个和尚分100个馒头，如果大和尚1人分3个，小和尚3人分1个，正好分完．试问大、小和尚各多少人？设大和尚有x人，依题意列方程得（　　）

A．$\frac{x}{3}+3(100-x)=100$　B．$\frac{x}{3}-3(100-x)=100$　C．$3x+\frac{100-x}{3}=100$　D．$3x-\frac{100-x}{3}=100$

8．（3分）如图，等腰直角△EFG的直角边GE与正方形$ABCD$的边BC在同一直线上，且点E与点B重合，△EFG沿BC方向匀速运动，当点G与点C重合时停止运动．设运动时间为t，运动过程中△EFG与正方形$ABCD$的重叠部分面积为S，则S关于t的函数图象大致为（　　）



A．　B．　C．　D．

二、填空题（本题共8个小题，请将答案写在答题卡相应的位置上，每小题3分，满分24分）

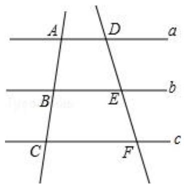
9．（3分）计算cos60°＝_______．

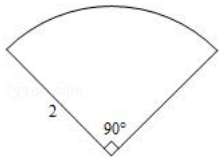
10．（3分）分解因式：$2a^2-3ab=$_______．

11．（3分）四边形的内角和的度数为_______．

12．（3分）从2015年12月26日起，一艘载满湘潭历史和文化的“航船－－湘潭市规划展示馆、博物馆和党史馆（以下简称‘三馆’）”正式起航，市民可以免费到三馆参观．听说这个好消息，小张同学准备星期天去参观其中一个馆，假设参观者选择每一个馆参观的机会均等，则小张同学选择参观博物馆的概率为_______．

13．（3分）如图，直线$a\parallel b\parallel c$，点B是线段AC的中点，若$DE=2$，则$EF=$_______．





14.（3 分）如图，一个扇形的圆心角为 90°，半径为 2，则该扇形的弧长是_______.（结果保留π）

15.（3 分）多项式 x^2+1 添加一个单项式后可变为完全平方式，则添加的单项式可以是_______（任写一个符合条件的即可）.

16.（3 分）已知以点 C（a，b）为圆心，半径为 r 的圆的标准方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$．例如：以 A（2，3）为圆心，半径为 2 的圆的标准方程为 $(x-2)^2+(y-3)^2=4$，则以原点为圆心，过点 P（1，0）的圆的标准方程为_______.

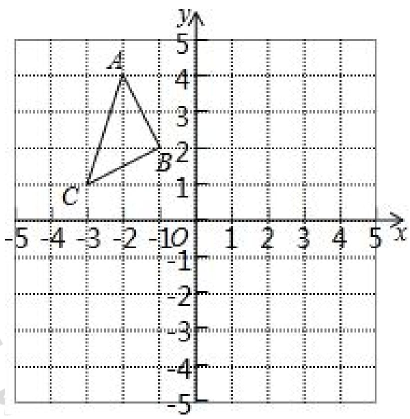
三、解答题（本大题共 10 个小题，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，满分 72 分）

17.（6 分）如图，在平面直角坐标系中，已知△ABC 的三个顶点的坐标分别为 A（－2，4），B（－1，2），C（－3，1），△ABC 与△$A_1B_1C_1$ 关于 y 轴轴对称.

（1）写出△$A_1B_1C_1$ 的顶点坐标：

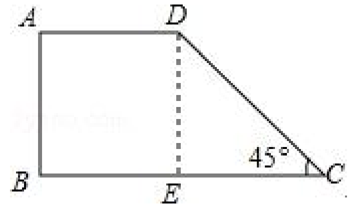
A_1_______，B_1_______，C_1_______；

（2）求过点 C_1 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的解析式.



18. （6 分）先化简，再求值：$\frac{1}{x-1}\cdot\frac{x^2-1}{x+2}-\frac{1}{x+2}$，其中 $x=3$.

19.（6 分）为了增强学生体质，学校鼓励学生多参加体育锻炼，小胖同学马上行动，每天围绕小区进行晨跑锻炼. 该小区外围道路近似为如图所示四边形 $ABCD$，已知四边形 $ABED$ 是正方形，$\angle DCE=45°$，$AB=100$ 米．小胖同学某天绕该道路晨跑 5 圈，时间约为 20 分钟，求小胖同学该天晨跑的平均速度约为多少米/分？（结果保留整数，$\sqrt{2}\approx1.41$）



20.（6 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-3x+m=0$ 有两个不相等的实数根 x_1、x_2.

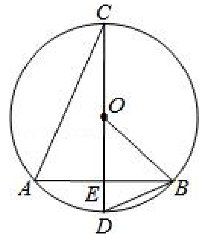
（1）求 m 的取值范围；

（2）当 $x_1=1$ 时，求另一个根 x_2 的值.

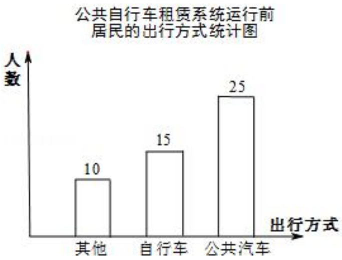
21．（6 分）如图，CD 为⊙O 的直径，弦 AB 交 CD 于点 E，连接 BD、OB．

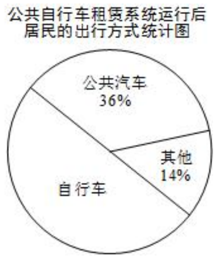
（1）求证：$\triangle AEC \backsim \triangle DEB$；

（2）若 $CD \perp AB$，$AB=8$，$DE=2$，求⊙O 的半径．



22．（6 分）为了方便居民低碳出行，2015 年 12 月 30 日，湘潭市公共自行车租赁系统（一期）试运行以来，越来越多的居民选择公共自行车作为出行的交通工具，市区某中学课外兴趣小组为了了解某小区居民出行方式的变化情况，随机抽取了该小区部分居民进行调查，并绘制了如图的条形统计图和扇形统计图（部分信息未给出）．





请根据上面的统计图，解答下列问题：

（1）被调查的总人数是________人；

（2）公共自行车租赁系统运行后，被调查居民选择自行车作为出行方式的百分比提高了多少？

（3）如果该小区共有居民 2000 人，公共自行车租赁系统运行后估计选择自行车作为出行方式的有多少人？

23．（8 分）十八届五中全会出台了全面实施一对夫妇可生育两个孩子的政策，这是党中央站在中华民族长远发展的战略高度作出的促进人口长期均衡发展的重大举措．二孩政策出台后，某家庭积极响应政府号召，准备生育两个小孩（生男生女机会均等，且与顺序有关）．

（1）该家庭生育两胎，假设每胎都生育一个小孩，求这两个小孩恰好是 1 男 1 女的概率；

（2）该家庭生育两胎，假设第一胎生育一个小孩，且第二胎生育一对双胞胎，求这三个小孩中至少有 1 个女孩的概率．

24．（8 分）办好惠民工程，是 2015 年湘潭市创建全国文明城市工作重点之一．湖湘公园、杨梅洲公园、雨湖公园以及菊花塘公园四个公园免费书吧的开放，让市民朋友们毫不费劲就能阅读到自己钟爱的书籍．现免费书吧准备补充少儿读物和经典国学两个类别的书籍共 20 套，已知少儿读物每套 100 元，经典国学每套 200 元，若购书总费用不超过 3100 元，不低于 2920 元，且购买的国学经典如果超过 10 套，则国学经典全部打 9 折，问有哪几种购买方案？哪种购买方案费用最低？

25．（10 分）如图 1，菱形 $ABCD$ 中，已知$\angle BAD=120°$，$\angle EGF=60°$，$\angle EGF$ 的顶点 G 在菱形对角线 AC 上运动，角的两边分别交边 BC、CD 于点 E、F，$\frac{AC}{CG}=t$.

（1）如图 2，当顶点 G 运动到与点 A 重合时，求证：$EC+CF=BC$；

（2）知识探究：

①如图 3，当顶点 G 运动到 AC 中点时，探究线段 EC、CF 与 BC 的数量关系；

②在顶点 G 的运动过程中，请直接写出线段 EC、CF 与 BC 的数量关系（不需要写出证明过程）；

（3）问题解决：

如图 4，已知菱形边长为 8，$BG=7$，$CF=\frac{6}{5}$，当 $t>2$ 时，求 EC 的长度.

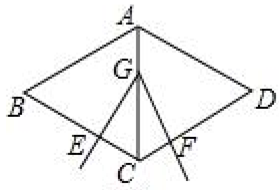


图1

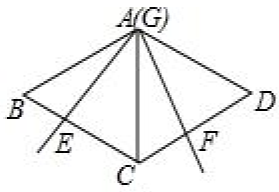


图2

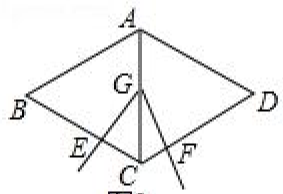


图3

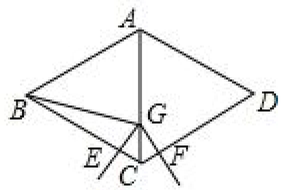


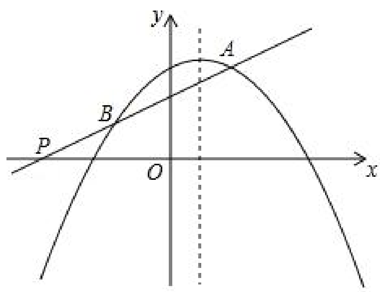
图4

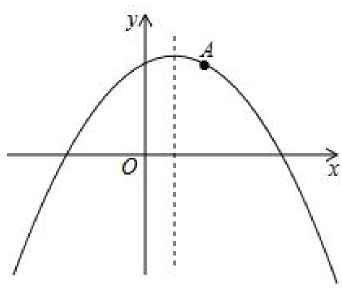
26．（10 分）如图，抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2+mx+n$ 的图象经过点 A（2，3），对称轴为直线 $x=1$，一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 A，交 x 轴于点 P，交抛物线于另一点 B，点 A、B 位于点 P 的同侧.

（1）求抛物线的解析式；

（2）若 PA：$PB=3$：1，求一次函数的解析式；

（3）在（2）的条件下，当 $k>0$ 时，抛物线的对称轴上是否存在点 C，使得⊙C 同时与 x 轴和直线 AP 都相切，如果存在，请求出点 C 的坐标，如果不存在，请说明理由.





备用图

2016年湖南省湘潭市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共8个小题，每小题有且只有一个正确答案，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上，每小题3分，满分24分）

1．（3分）下列四个选项中，计算结果最大的是（　　）

A．$(-6)^0$　　B．$|-6|$　　C．-6　　D．$\frac{1}{6}$

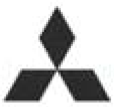
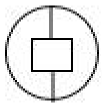
【解答】解：$(-6)^0=1$

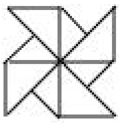
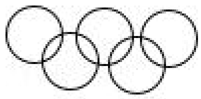
$|-6|=6$，

因为$-6<\frac{1}{6}<1<6$，

故选：B．

2．（3分）下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A．　　B．

C．　　D．

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项正确；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

故选：B．

3．（3分）下列运算正确的是（　　）

A．$3+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$　　B．$(2x^2)^3=2x^5$　　C．$2a\cdot 5b=10ab$　　D．$\sqrt{6}\div\sqrt{3}=2$

【解答】解：A、3与$\sqrt{2}$不能合并，所以A选项错误；

B、原式$=8x^6$，所以B选项错误；

C、原式$=10ab$，所以C选项正确；

D、原式$=\sqrt{6\div 3}=\sqrt{2}$，所以D选项错误．

故选：C．

4．（3分）若分式$\frac{x-1}{x+1}$的值为0，则$x=$（　　）

A．-1　　B．1　　C．±1　　D．0

【解答】解：由分式的值为零的条件得$x-1=0$，$x+1\neq0$，解得，$x=1$．

故选：B．

5．（3分）小红同学四次中考数学模拟考试成绩分别是：96，104，104，116，关于这组数据下列说法错误的是（　　）

A．平均数是105　　B．众数是104

C．中位数是104　　D．方差是50

【解答】解：（A）平均数为：$\frac{96+104+104+116}{4}=105$，故$A$正确；

（B）出现最多的数据是104，故B正确；

（C）先排序：96、104、104、116，所以中位数为$\frac{104+104}{2}$=104，故 C 正确；

（D）方差为：$\frac{1}{4}$[（96 - 105）^{2}+（104 - 105）^{2}+（104 - 105）^{2}+（116 - 105）^{2}]=51，故 D 错误

故选：D．

6．（3 分）抛物线 y=2（x - 3）^{2}+1 的顶点坐标是（　　）

A．（3，1）　　B．（3，-1）　　C．（-3，1）　　D．（-3，-1）

【解答】解：由 y=2（x - 3）^{2}+1，根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标为（3，1）．

故选：A．

7．（3 分）程大位《直指算法统宗》：一百馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚得几丁．意思是：有 100 个和尚分 100 个馒头，如果大和尚 1 人分 3 个，小和尚 3 人分 1 个，正好分完．试问大、小和尚各多少人？设大和尚有 x 人，依题意列方程得（　　）

A．$\frac{x}{3}$+3（100 - x）=100　　B．$\frac{x}{3}$ - 3（100 - x）=100

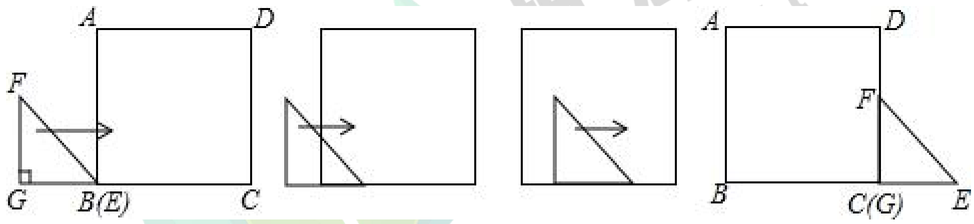
C．3x+$\frac{100-x}{3}$=100　　D．3x - $\frac{100-x}{3}$=100

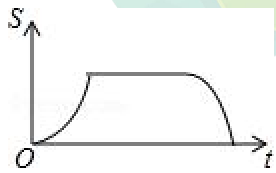
【解答】解：设大和尚有 x 人，则小和尚有（100 - x）人，

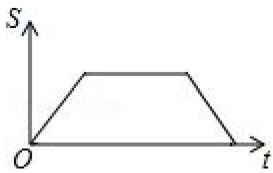
根据题意得：3x+$\frac{100-x}{3}$=100；

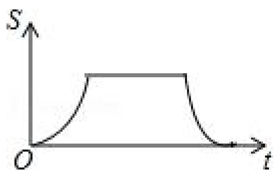
故选：C．

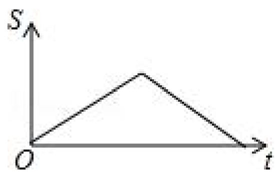
8．（3 分）如图，等腰直角△EFG 的直角边 GE 与正方形 $ABCD$ 的边 BC 在同一直线上，且点 E 与点 B 重合，△EFG 沿 BC 方向匀速运动，当点 G 与点 C 重合时停止运动．设运动时间为 t，运动过程中△EFG 与正方形 $ABCD$ 的重叠部分面积为 S，则 S 关于 t 的函数图象大致为（　　）



A．

B．

C．

D．

【解答】解：设 GF=BG=a，AB=BC=m，Rt△EFG 向右匀速运动的速度为 1，

当 E 点与点 B 重合时，S=0；

当点 G 在点 B 左侧，点 E 在点 B 右侧时，如图 1，

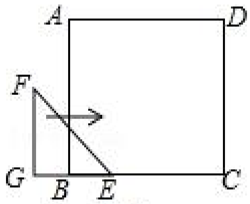


图1

$BE=t$，

$\therefore S=\frac{1}{2}t^2$，

$\therefore S$ 是 t 的二次函数，且二次项系数为正数，所以抛物线开口向上；

当点 G 在点 B 右侧，点 E 在点 C 左侧时，如图 2，$S=\frac{1}{2}a^2$；

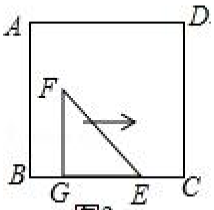


图2

当点 G 在点 B 左侧，点 E 在点 B 右侧时，如图 3，

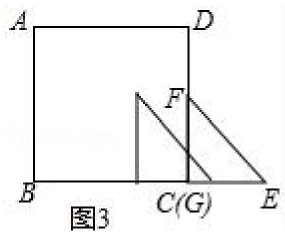


图3

$S=\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}(t-m)^2$，

$\therefore S$ 是 t 的二次函数，且二次项系数为负数，所以抛物线开口向下，

综上所述，S 与 t 的图象分为三段，第一段为开口向上的抛物线的一部分，第二段为与 x 轴平行的线段，第三段为开口向下的抛物线的一部分．

故选：A．

二、填空题（本题共 8 个小题，请将答案写在答题卡相应的位置上，每小题 3 分，满分 24 分）

9．（3 分）计算 cos60°＝$\underline{\quad\frac{1}{2}\quad}$．

【解答】解：cos60°＝$\frac{1}{2}$．

故答案为：$\frac{1}{2}$．

10．（3 分）分解因式：$2a^2-3ab=$$\underline{\quad a(2a-3b)\quad}$．

【解答】解：$2a^2-3ab=a(2a-3b)$．

故答案为：$a(2a-3b)$

11．（3 分）四边形的内角和的度数为$\underline{\quad 360°\quad}$．

【解答】解：(4－2)×180°＝360°．

故答案为：360°．

12．（3 分）从 2015 年 12 月 26 日起，一艘载满湘潭历史和文化的“航船－－湘潭市规划展示馆、博物馆

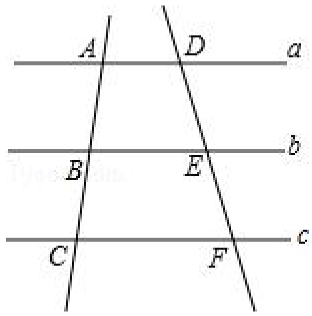
和党史馆（以下简称‘三馆’）”正式起航，市民可以免费到三馆参观．听说这个好消息，小张同学准备星期天去参观其中一个馆，假设参观者选择每一个馆参观的机会均等，则小张同学选择参观博物馆的概率为$\underline{\ \frac{1}{3}\ }$．

【解答】解：$1\div3=\frac{1}{3}$．

答：小张同学选择参观博物馆的概率为$\frac{1}{3}$．

故答案为：$\frac{1}{3}$．

13.（3 分）如图，直线 $a\parallel b\parallel c$，点 B 是线段 AC 的中点，若 $DE=2$，则 $EF=$$\underline{\ \ 2\ \ }$．



【解答】解：∵直线 $a\parallel b\parallel c$，点 B 是线段 AC 的中点，$DE=2$，

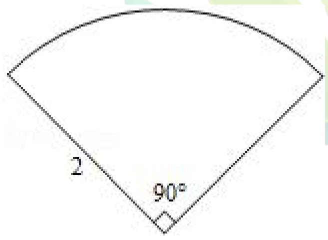
$\therefore\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{DF}$，即$\frac{AB}{2AB}=\frac{2}{2+EF}$，

$\therefore\frac{1}{2}=\frac{2}{2+EF}$，

$\therefore EF=2$，

故答案为：2．

14.（3 分）如图，一个扇形的圆心角为 90°，半径为 2，则该扇形的弧长是$\underline{\ \ \pi\ \ }$．（结果保留π）



【解答】解：根据题意得：$l=\frac{90\pi\times2}{180}=\pi$，

故答案为：π

15.（3 分）多项式 x^2+1 添加一个单项式后可变为完全平方式，则添加的单项式可以是$\underline{\ \ 2x\ \ }$（任写一个符合条件的即可）．

【解答】解：$\because x^2+1+2x=(x+1)^2$，

∴添加的单项式可以是 $2x$．

故答案为：$2x$．

16.（3 分）已知以点 $C(a,b)$ 为圆心，半径为 r 的圆的标准方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$．例如：以 $A(2,3)$ 为圆心，半径为 2 的圆的标准方程为 $(x-2)^2+(y-3)^2=4$，则以原点为圆心，过点 $P(1,0)$ 的圆的标准方程为$\underline{\ \ x^2+y^2=1\ \ }$．

【解答】解：∵以点 $C(a,b)$ 为圆心，半径为 r 的圆的标准方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，

∴以原点为圆心，过点 $P(1,0)$ 的圆的标准方程为 $(x-0)^2+(y-0)^2=1^2$，即 $x^2+y^2=1$，

故答案为：$x^2+y^2=1$．

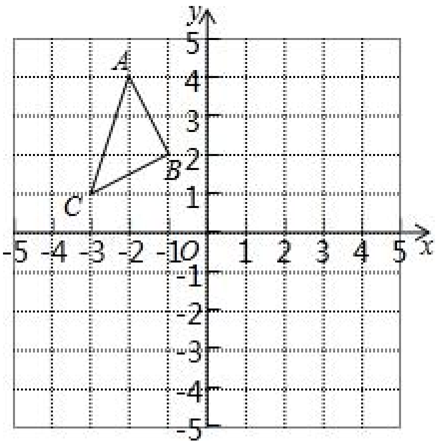
三、解答题（本大题共 10 个小题，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，请将解答过程写在答题卡相应位置上，满分 72 分）

17．（6 分）如图，在平面直角坐标系中，已知△ABC 的三个顶点的坐标分别为 A（﹣2，4），B（﹣1，2），C（﹣3，1），△ABC 与△$A_1B_1C_1$ 关于 y 轴轴对称．

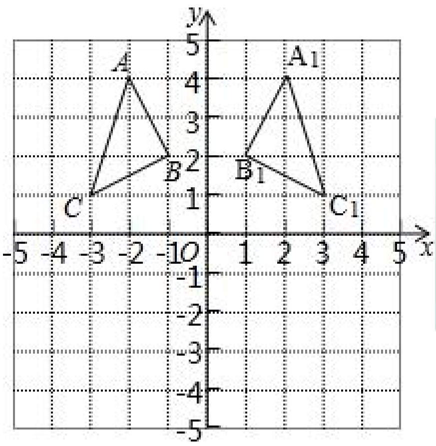
（1）写出△$A_1B_1C_1$ 的顶点坐标：

A_1<u>（2，4）</u>，B_1<u>（1，2）</u>，C_1<u>（3，1）</u>；

（2）求过点 C_1 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的解析式．



【解答】解：（1）如图，点 A_1 的坐标为（2，4）、点 B_1 的坐标为（1，2）、点 C_1 的坐标为（3，1），



故答案为：（2，4），（1，2），（3，1）；

（2）将点 C_1（3，1）代入 $y=\frac{k}{x}$，得：$k=3$，

∴反比例函数解析式为 $y=\frac{3}{x}$．

18．（6 分）先化简，再求值：$\frac{1}{x-1}\cdot\frac{x^2-1}{x+2}-\frac{1}{x+2}$，其中 $x=3$．

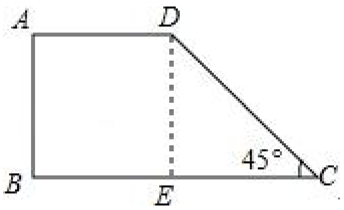
【解答】解：原式$=\frac{1}{x-1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x+2}-\frac{1}{x+2}$

$=\frac{x+1}{x+2}-\frac{1}{x+2}$

$=\frac{x}{x+2}$，

当 $x=3$ 时，原式 $=\frac{3}{3+2}=\frac{3}{5}$.

19.（6 分）为了增强学生体质，学校鼓励学生多参加体育锻炼，小胖同学马上行动，每天围绕小区进行晨跑锻炼．该小区外围道路近似为如图所示四边形 $ABCD$，已知四边形 $ABED$ 是正方形，$\angle DCE=45°$，$AB=100$ 米．小胖同学某天绕该道路晨跑 5 圈，时间约为 20 分钟，求小胖同学该天晨跑的平均速度约为多少米/分？（结果保留整数，$\sqrt{2}\approx1.41$）



【解答】解：∵$ABED$ 是正方形，$\angle DCE=45°$，$AB=100$ 米，

∴$DE=CE=100$ 米，

在直角三角形 DEC 中，

$DC^2=DE^2+CE^2$，即 $DC=100\sqrt{2}$，

∴四边形 $ABCD$ 的周长为 $100+100+100+100\sqrt{2}+100=400+100\sqrt{2}$，

∵小胖同学某天绕该道路晨跑 5 圈，时间约为 20 分钟，

∴小胖每天晨跑的路程为（$2000+500\sqrt{2}$）米，

∴小胖同学该天晨跑的平均速度（$2000+500\sqrt{2}$）$\div20=100+25\sqrt{2}\approx135.25$ 米/分．

20.（6 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-3x+m=0$ 有两个不相等的实数根 x_1、x_2．

（1）求 m 的取值范围；

（2）当 $x_1=1$ 时，求另一个根 x_2 的值．

【解答】解：（1）由题意得：$\triangle=(-3)^2-4\times1\times m=9-4m>0$，

解得：$m<\frac{9}{4}$；

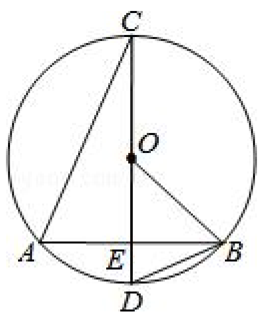
（2）∵$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=3$，$x_1=1$，

∴$x_2=2$．

21.（6 分）如图，CD 为⊙O 的直径，弦 AB 交 CD 于点 E，连接 BD、OB．

（1）求证：$\triangle AEC\backsim\triangle DEB$；

（2）若 $CD\perp AB$，$AB=8$，$DE=2$，求⊙O 的半径．



【解答】（1）证明：∵$\angle AEC=\angle DEB$，$\angle ACE=\angle DBE$，

∴$\triangle AEC\backsim\triangle DEB$．

（2）解：设⊙O 的半径为 r，则 $CE=2r-2$．

∵$CD\perp AB$，$AB=8$，

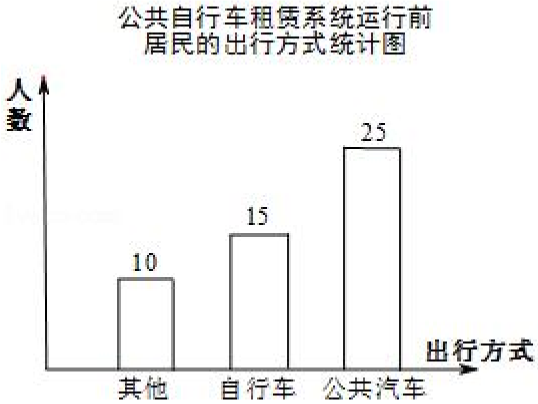
∴$AE=BE=\frac{1}{2}AB=4$．

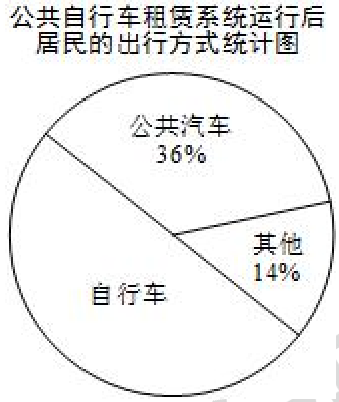
∵△AEC∽△DEB，

∴$\frac{AE}{DE}=\frac{CE}{BE}$，即$\frac{4}{2}=\frac{2r-2}{4}$，

解得：$r=5$．

22．（6 分）为了方便居民低碳出行，2015 年 12 月 30 日，湘潭市公共自行车租赁系统（一期）试运行以来，越来越多的居民选择公共自行车作为出行的交通工具，市区某中学课外兴趣小组为了了解某小区居民出行方式的变化情况，随机抽取了该小区部分居民进行调查，并绘制了如图的条形统计图和扇形统计图（部分信息未给出）．





请根据上面的统计图，解答下列问题：

（1）被调查的总人数是<u> 50 </u>人；

（2）公共自行车租赁系统运行后，被调查居民选择自行车作为出行方式的百分比提高了多少？

（3）如果该小区共有居民 2000 人，公共自行车租赁系统运行后估计选择自行车作为出行方式的有多少人？

【解答】解：（1）由条形图可知，被调查的总人数是 10+15+25＝50 人，

故答案为：50；

（2）共自行车租公赁系统运行前，居民选择自行车作为出行方式的百分比为：15÷50＝30%，

公共自行车租赁系统运行后，居民选择自行车作为出行方式的百分比为：100%﹣36%﹣14%＝50%，

50%﹣30%＝20%，

答：公共自行车租赁系统运行后，被调查居民选择自行车作为出行方式的百分比提高了 20%；

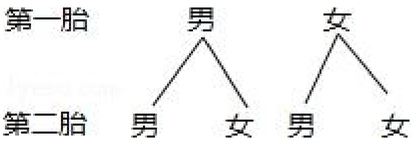
（3）公共自行车租赁系统运行后估计选择自行车作为出行方式的有：2000×50%＝1000 人．

23．（8 分）十八届五中全会出台了全面实施一对夫妇可生育两个孩子的政策，这是党中央站在中华民族长远发展的战略高度作出的促进人口长期均衡发展的重大举措．二孩政策出台后，某家庭积极响应政府号召，准备生育两个小孩（生男生女机会均等，且与顺序有关）．

（1）该家庭生育两胎，假设每胎都生育一个小孩，求这两个小孩恰好是 1 男 1 女的概率；

（2）该家庭生育两胎，假设第一胎生育一个小孩，且第二胎生育一对双胞胎，求这三个小孩中至少有 1 个女孩的概率．

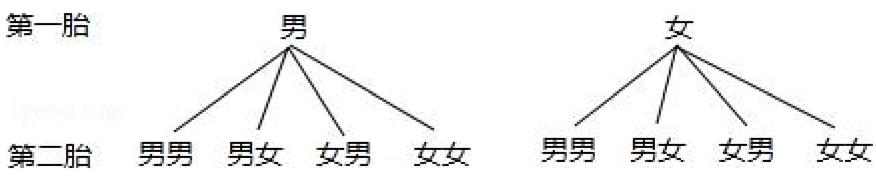
【解答】解：（1）画树状图如下：



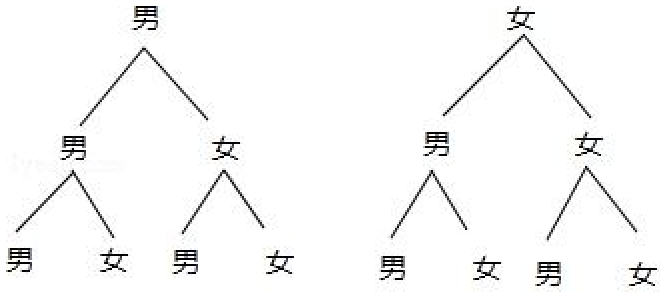
由树状图可知，生育两胎共有 4 种等可能结果，而这两个小孩恰好是 1 男 1 女的有 2 种可能，

∴$P_{（恰好是 1 男 1 女的）}=\frac{1}{2}$．

（2）画树状图如下：



或



由树状图可知，生育两胎共有 8 种等可能结果，这三个小孩中至少有 1 个女孩的有 7 种结果，

$\therefore P_{(这三个小孩中至少有1个女孩)}=\frac{7}{8}$.

24.（8 分）办好惠民工程，是 2015 年湘潭市创建全国文明城市工作重点之一．湖湘公园、杨梅洲公园、雨湖公园以及菊花塘公园四个公园免费书吧的开放，让市民朋友们毫不费劲就能阅读到自己钟爱的书籍．现免费书吧准备补充少儿读物和经典国学两个类别的书籍共 20 套，已知少儿读物每套 100 元，经典国学每套 200 元，若购书总费用不超过 3100 元，不低于 2920 元，且购买的国学经典如果超过 10 套，则国学经典全部打 9 折，问有哪几种购买方案？哪种购买方案费用最低？

【解答】解：设购买国学经典 x 套，则购买少儿读物（$20-x$）套，当 $x\leqslant 10$ 时，

则 $2920\leqslant 100(20-x)+200x\leqslant 3100$，

解得：$9.2\leqslant x\leqslant 11$，

故 $x=10$，

当 $x>10$ 时，

则 $2920\leqslant 100(20-x)+200\times 0.9x\leqslant 3100$，

解得：$11.5\leqslant x\leqslant 13.75$，

故 $x=12$ 或 $x=13$，

当 $x=10$ 时，总费用为：$100\times 10+2000=3000$（元），

当 $x=12$ 时，总费用为：$8\times 100+200\times 0.9\times 12=2960$（元），

当 $x=13$ 时，总费用为：$7\times 100+200\times 0.9\times 13=3040$（元），

故共有 3 种购买方案，购买国学经典 12 套，则购买少儿读物 8 套方案费用最低．

25.（10 分）如图 1，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\angle BAD=120°$，$\angle EGF=60°$，$\angle EGF$ 的顶点 G 在菱形对角线 AC 上运动，角的两边分别交边 BC、CD 于点 E、F，$\frac{AC}{CG}=t$.

（1）如图 2，当顶点 G 运动到与点 A 重合时，求证：$EC+CF=BC$；

（2）知识探究：

①如图 3，当顶点 G 运动到 AC 中点时，探究线段 EC、CF 与 BC 的数量关系；

②在顶点 G 的运动过程中，请直接写出线段 EC、CF 与 BC 的数量关系（不需要写出证明过程）；

（3）问题解决：

如图 4，已知菱形边长为 8，$BG=7$，$CF=\frac{6}{5}$，当 $t>2$ 时，求 EC 的长度．

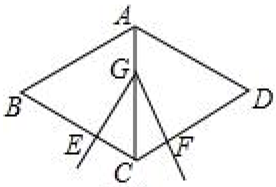


图1

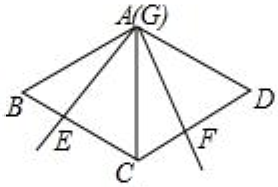


图2

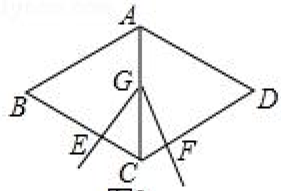


图3

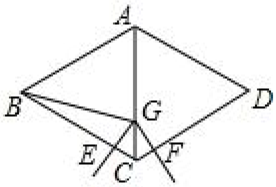


图4

【解答】（1）证明：方法一：如图 2 中，在 CA 上取一点 M，使得 $CM=CE$，连接 EM.

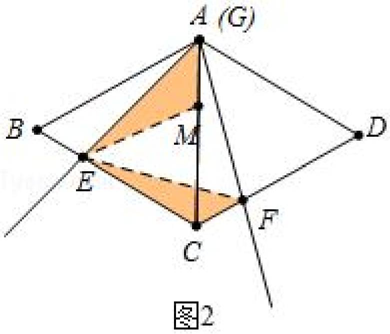


图2

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle BAD=120^\circ$，

∴$AB=BC=CD=AD$，$\angle CAB=\angle CAD=60^\circ$，

∴$\triangle ABC$，$\triangle ACD$ 都是等边三角形，

∴$\angle AB=AC$，$\angle BAC=\angle EAF=60^\circ$，$\angle B=\angle ACF=60^\circ$，

∴$\angle BAE=\angle CAF$，

在$\triangle BAE$ 和$\triangle CAF$ 中，

$$\begin{cases}\angle BAE=\angle CAF\\ \angle B=\angle ACF\\ AB=AC\end{cases}，$$

∴$\triangle ABE\cong\triangle ACF$，

∴$AE=AF$，∵$\angle EAF=60^\circ$，

∴$\triangle AEF$ 是等边三角形，

∵$CE=CM$，$\angle ECM=60^\circ$，

∴$\triangle ECM$ 是等边三角形，

∴$\angle AEF=\angle MEC=60^\circ$，$AE=EF$，$EM=EC$，

∴$\angle AEM=\angle FEC$，

在$\triangle AEM$ 和$\triangle FEC$ 中，

$$\begin{cases}AE=EF\\ \angle AEM=\angle FEC，\\ EM=EC\end{cases}$$

∴$\triangle AEM\cong\triangle FEC$，

∴$AM=CF$，

∴$BC=AC=AM+CM=EC+CF$.

方法二：只要证明$\triangle ABE\cong\triangle ACF$，即可推出 $BE=CF$，推出 $AC=BC=BE+CE=CF+CE$.

（2）①结论：$EC+CF=\frac{1}{2}BC$.

理由：如图 3 中，取 BC 中点 P，CD 中点 Q，连接 PG、GQ.

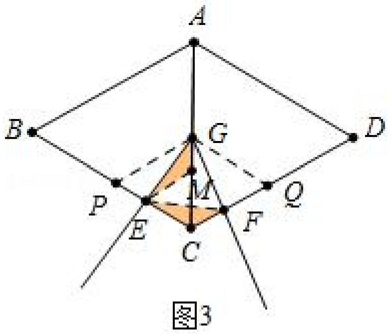


图3

∵$AG=GC$，CPB，$CQ=DQ$，

∴$PG\parallel AB$，$GQ\parallel QD$，

∴$\angle CPG=\angle B=60°$，$\angle CGP=\angle CAB=60°$，

∴$\triangle CPG$ 是等边三角形，同理可证$\triangle CQG$ 是等边三角形，

由（1）可知，$CE+CF=PC=\frac{1}{2}BC$.

②结论：$CE+CF=\frac{BC}{t}$.

理由：如图 4 中，作 $GP\parallel AB$ 交 BC 于 P，$GQ\parallel AD$ 交 CD 于 Q.

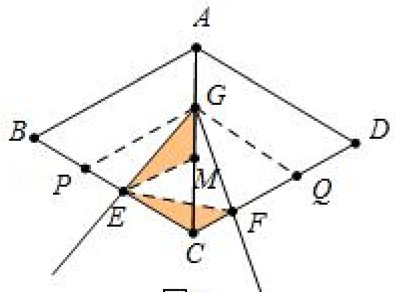


图4

∴$PG\parallel AB$，$GQ\parallel QD$，

∴$\angle CPG=\angle B=60°$，$\angle CGP=\angle CAB=60°$，

∴$\triangle CPG$ 是等边三角形，同理可证$\triangle CQG$ 是等边三角形，

由（1）可知，$CE+CF=PC=CG$，

∵$AC=BC=t\bullet CG$，

∴$CE+CF=\frac{BC}{t}$.

（3）如图 4 中，作 $BM\perp AC$ 于 M.

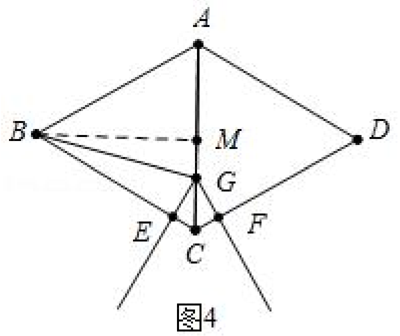


图4

∵$t>2$，

∴点 G 在线段 CM 上，

在 Rt△ABM 中，∵∠$BMC=90°$，$BM=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}$，$BG=7$，

∴$MG=\sqrt{BG^2-BM^2}=\sqrt{7^2-(4\sqrt{3})^2}=1$，

∵$CM=MA=4$，

∴$CG=CM-MG=3$，

由（1）可知，$CG=CE+CF$，

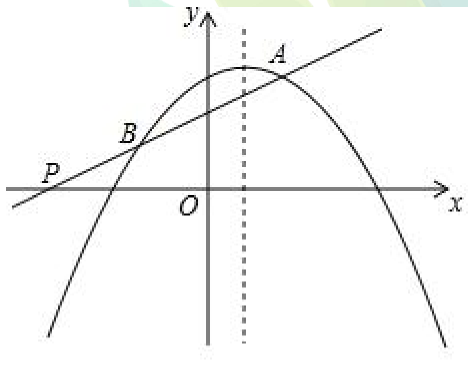
∴$CE=CG-CF=3-\frac{6}{5}=\frac{9}{5}$.

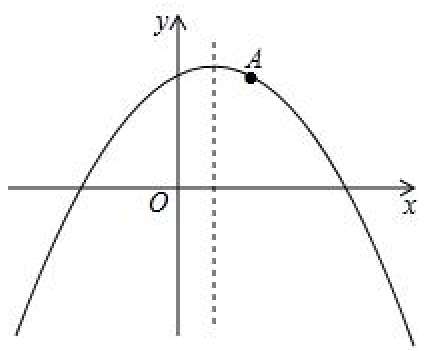
26.（10 分）如图，抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2+mx+n$ 的图象经过点 A（2，3），对称轴为直线 $x=1$，一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 A，交 x 轴于点 P，交抛物线于另一点 B，点 A、B 位于点 P 的同侧.

（1）求抛物线的解析式；

（2）若 PA：$PB=3$：1，求一次函数的解析式；

（3）在（2）的条件下，当 $k>0$ 时，抛物线的对称轴上是否存在点 C，使得⊙C 同时与 x 轴和直线 AP 都相切，如果存在，请求出点 C 的坐标，如果不存在，请说明理由.





备用图

【解答】解：（1）∵抛物线的对称轴为 $x=1$，

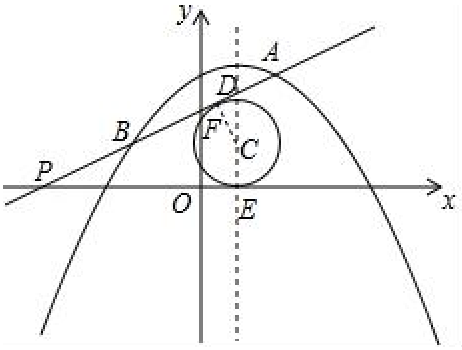
∴ $-\frac{m}{-\frac{1}{4}\times 2}=1$，解得：$m=\frac{1}{2}$.

将点 A（2，3）代入 $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+n$ 中，

$3=-1+1+n$，解得：$n=3$，

∴抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+3$.

（2）∵P、A、B 三点共线，PA：PB＝3：1，且点 A、B 位于点 P 的同侧，
∴$y_A-y_P=3(y_B-y_P)$，
又∵点 P 为 x 轴上的点，点 A（2，3），
∴$y_B=1$．
当 $y=1$ 时，有 $-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+3=1$，
解得：$x_1=-2$，$x_2=4$，
∴点 B 的坐标为（﹣2，1）或（4，1）．
将点 A（2，3）、B（﹣2，1）代入 $y=kx+b$ 中，
$\begin{cases}3=2k+b\\1=-2k+b\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=\frac{1}{2}\\b=2\end{cases}$，
∴一次函数的解析式 $y=\frac{1}{2}x+2$；
将点 A（2，3）、B（4，1）代入 $y=kx+b$ 中，
$\begin{cases}3=2k+b\\1=4k+b\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-1\\b=5\end{cases}$，
∴一次函数的解析式 $y=-x+5$．
综上所述：当 PA：PB＝3：1 时，一次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+2$ 或 $y=-x+5$．
（3）假设存在，设点 C 的坐标为（1，r）．
∵$k>0$，
∴直线 AP 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+2$．
当 $y=0$ 时，$\frac{1}{2}x+2=0$，
解得：$x=-4$，
∴点 P 的坐标为（﹣4，0），
当 $x=1$ 时，$y=\frac{5}{2}$，
∴点 D 的坐标为（1，$\frac{5}{2}$）．
令⊙与直线 AP 的切点为 F，与 x 轴的切点为 E，抛物线的对称轴与直线 AP 的交点为 D，连接 CF，如图所示．
∵$\angle PFC=\angle PEC=90°$，$\angle EPF+\angle ECF=\angle DCF+\angle ECF=180°$，
∴$\angle DCF=\angle EPF$．
在 Rt△CDF 中，$\tan\angle DCF=\tan\angle EPF=\frac{1}{2}$，$CD=\frac{5}{2}-r$，
∴$CD=\frac{\sqrt{1^2+2^2}}{2}CF=\frac{\sqrt{5}}{2}|r|=\frac{5}{2}-r$，
解得：$r=5\sqrt{5}-10$ 或 $r=-5\sqrt{5}-10$．
故当 $k>0$ 时，抛物线的对称轴上存在点 C，使得⊙C 同时与 x 轴和直线 AP 都相切，点 C 的坐标为（1，$5\sqrt{5}-10$）或（1，$-5\sqrt{5}-10$）．


y
A
D
B
F
C
P
O
E
x